

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

EDUARDO DEUSCHLE

**ESTUDO DE MÉTODOS CLÁSSICOS E NUMÉRICOS PARA OBTENÇÃO DE
ESFORÇOS SOLICITANTES EM LONGARINAS DE PONTES**

FLORIANÓPOLIS
2016.

EDUARDO DEUSCHLE

**ESTUDO DE MÉTODOS CLÁSSICOS E NUMÉRICOS PARA OBTENÇÃO DE
ESFORÇOS SOLICITANTES EM LONGARINAS DE PONTES**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Departamento de
Engenharia Civil da Universidade Federal
de Santa Catarina como requisito parcial à
obtenção do título de Engenheiro Civil.

Orientador: Prof. Daniel Domingues
Loriggio, Dr.

FLORIANÓPOLIS

2016.

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Deuschle, Eduardo

Estudo de Métodos Clássicos e Numéricos para Obtenção de Esforços Solicitantes em Longarinas de Pontes / Eduardo Deuschle ; orientador, Daniel Domingues Loriggio - Florianópolis, SC, 2016.
159 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Graduação em Engenharia Civil.

Inclui referências

1. Engenharia Civil. 2. Análise estrutural. 3. Pontes em grelha. 4. Envoltória de momentos fletores. 5. Procedimentos simplificados e computacionais. I. Loriggio, Daniel Domingues. II. Universidade Federal de Santa Catarina. Graduação em Engenharia Civil. III. Título.

EDUARDO DEUSCHLE

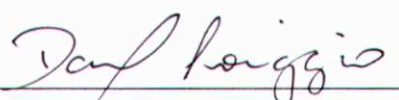
**ESTUDO DE MÉTODOS CLÁSSICOS E NUMÉRICOS PARA OBTENÇÃO DE
ESFORÇOS SOLICITANTES EM LONGARINAS DE PONTES**


Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para obtenção do Título de Engenheiro Civil e aprovado em sua forma final pelo Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de Santa Catarina.

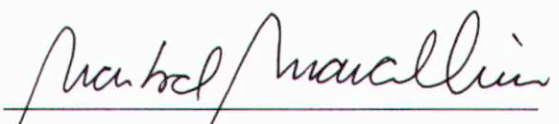
Florianópolis, 22 de Novembro de 2016.

Prof. Luis Alberto Gómez, Dr.
Coordenador do Curso

Banca Examinadora:


Prof. Daniel Domingues Loriggio, Dr.
Orientador
Universidade Federal de Santa Catarina


Prof. Jano D'Araujo Coelho, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina


Prof. Narbal Ataliba Marcellino, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina

AGRADECIMENTOS

À Deus, em primeiro lugar, por renovar minhas energias, forças e esperanças a cada dia.

Aos meus pais, Jackson Deuschle' e Maristela Sell Claudino Deuschle, e à minha irmã e futura companheira de profissão, Daniela Deuschle, pelo carinho, amor incondicional e esforço dedicado em meu desenvolvimento e formação.

Ao Professor Daniel Domingues Loriggio, de quem tive a honra de ser aluno, orientando de iniciação científica e de TCC, por toda a dedicação e cooperação ao longo deste trabalho, e pelo empenho em transmitir o máximo do seu conhecimento e experiência na Engenharia.

Aos Professores Jano D'Araujo Coelho e Narbal Ataliba Marcellino, que aceitaram compor minha banca, cujas colaborações e sugestões em muito contribuíram e enriqueceram meu trabalho.

Ao Professor, tutor e amigo Cláudio César Zimmermann, por ter acreditado em meu potencial, ter me acolhido em meu primeiro lar em Florianópolis, e por todo o conhecimento, exemplos e valores que me proporcionou, os quais levarei pelo resto de minha vida.

Aos demais professores do Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de Santa Catarina, por terem contribuído com minha formação acadêmica.

À SOTEPa, pela vivência profissional oportunizada durante o período de estágio.

Aos colegas e amigos do curso de Engenharia Civil, com os quais trilhei minha caminhada pela Universidade, pela convivência, troca de conhecimentos e apoio mútuo. Em especial àqueles com quem, por mais tempo, tive a oportunidade de estudar e conviver, Eduardo, Henrique, João Paulo, Mayara, Rafael, Vinícius e Victor.

Aos amigos (e irmãos) do Programa de Educação Tutorial de Engenharia Civil da UFSC, com quem tive o prazer de conviver, compartilhar experiências e momentos de descontração, e por formarem minha segunda família.

E, por fim, a todos aqueles que fazem parte da minha vida e que, de alguma forma, contribuíram para esta conquista, mas que não se encontram nessa página. Muito obrigado!

*“Agradeço a todas as dificuldades que enfrentei.
Não fosse por elas, eu não teria saído do lugar...
As facilidades nos impedem de caminhar.
Mesmo as críticas nos auxiliam muito.”*

(Chico Xavier)

RESUMO

Neste trabalho de conclusão de curso será realizado um estudo comparativo entre metodologias clássicas e numéricas para a obtenção de envoltórias de momentos fletores nas vigas principais de pontes biapoiadas, submetidas a carregamentos permanentes e acidentais de cargas móveis. Quanto aos procedimentos clássicos, utilizou-se as formulações de Engesser-Courbon, que considera o tabuleiro rígido transversalmente, e a de Fauchart, a qual adota uma rigidez transversal equivalente do conjunto laje/transversina e apoios nas longarinas por meio de molas verticais e de rotação. O procedimento numérico escolhido foi o de Analogia de Grelha, devido a sua grande aplicação na engenharia de estruturas, à facilidade de modelar o tabuleiro e de analisar os resultados obtidos. Este foi comparado, para o primeiro caso, ao Método Elementos Finitos, a fim de demonstrar se ambos podem fornecer resultados similares, desde que modelados adequadamente. As envoltórias de momentos fletores para os procedimentos clássicos foram obtidas com o auxílio de planilhas eletrônicas, enquanto para os numéricos foi empregado o software SAP2000 v18. O estudo de caso desenvolvido avaliou a influência do número de transversinas, da rigidez à torção das vigas e do comprimento do vão do tabuleiro. Constatou-se que, de modo geral, para as longarinas de extremidade as envoltórias de momentos fletores resultantes dos diferentes enfoques apresentaram resultados semelhantes, principalmente para pontes maiores e com mais transversinas intermediárias. Entretanto, para as longarinas centrais, as diferenças obtidas foram bem mais significativas e, em alguns casos, contrárias à segurança.

Palavras-chave: Análise Estrutural; ponte em grelha; envoltória de momentos fletores; Engesser-Courbon; Fauchart; Analogia de Grelha; Elementos Finitos.

ABSTRACT

In this term paper a comparative study between classical and numerical structure analysis procedures will be carried out in order to construct bending moment envelopes of bridge girders submitted to dead and moving loads. The classical procedures analyzed were Engesser-Courbon, in which the bridge deck is considered transversally stiff, and Fauchart, which adopts an average transversal stiffness between the slab and the cross beams and considers the girders as rotational and vertical springs. From the numerical methods, Gridwork Analogy was chosen due to its wide application in structural engineering, its ease of modeling the bridge deck and analyzing the results. The first case was also compared to a Finite Element model, in order to verify whether both can provide similar results to Gridwork Analogy when properly modeled. Bending moment envelopes using simplified procedures were obtained with the aid of spreadsheets, while the software SAP2000 v18 was applied to the numerical models. The developed study case evaluated the influence of cross beam number, torsional stiffness and bridge span. The results obtained with all procedures for the external girders allows the conclusion that in general bending moment envelopes were similar, mainly with longer spans and more cross beams. In contrast, the central girders had considerably higher differences, which were also against safety in some cases.

Keywords: Structural Analysis; girder bridge; moment envelope; Engesser-Courbon; Fauchart; Gridwork Analogy; Finite Element Method.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 2-1 – Divisão geral da estrutura de uma ponte.....	21
Figura 2-2 – Seção transversal de uma ponte em grelha.....	24
Figura 2-3 – Variação da distribuição de momentos em vigas biengastadas com altura constante e variável.	25
Figura 3-1 – Perfil New Jersey para barreiras simples e duplas.....	27
Figura 3-2 – Geometria do veículo tipo.	29
Figura 3-3 – Disposição das cargas das rodas e multidão sobre a pista.	30
Figura 3-4 – Trem-tipo homogeneizado.	31
Figura 4-1 – Deformação da Estrutura.	37
Figura 4-2 – Reações nas Longarinas.	37
Figura 4-3 – Esquema da representação dos esforços solicitantes.....	40
Figura 4-4 - Ponte em grelha com transversinas flexíveis.	42
Figura 4-5 – Grelha Plana.....	44
Figura 4-6 – Eixos de coordenadas locais e graus de liberdade de uma barra de grelha.....	45
Figura 4-7 – Discretização de um tabuleiro de ponte em uma grelha plana.	46
Figura 4-8 – Largura da mesa colaborante.	50
Figura 5-1 – Fluxograma para a análise estrutural do tabuleiro de pontes em grelha.	55
Figura 5-2 – Seção transversal esquemática do tabuleiro da ponte.	56
Figura 5-3 – Vista em planta do modelo básico de ponte analisado.....	57
Figura 5-4 – Seções transversais da longarina, transversina de apoio e intermediária.	57
Figura 5-5 – Posições transversais críticas do trem-tipo.	60
Figura 5-6 – Linha de influência genérica de reações por Engesser-Courbon.	62
Figura 5-7 –Carregamentos acidentais por Engesser-Courbon em longarina genérica.....	62
Figura 5-8 – Modelo para cálculo das cotas da linha de influência por Fauchart.....	63
Figura 5-9 – Linha de influência de reações genérica por Fauchart.	64
Figura 5-10 – Modelo de Analogia de Grelha para o caso básico de ponte.	65
Figura 5-11 – Divisão da carga de multidão pelas barras da grelha.....	65
Figura 5-12 - Modelo Elementos Finitos para o caso básico de ponte.	67
Figura 6-1 – Esquema estrutural do caso 1.	69
Figura 6-2 – Cálculo da largura colaborante da laje para as longarinas.	69
Figura 6-3 – Seções transversais das vigas do caso 1 com laje colaborante.....	70
Figura 6-4 – LI de reações por Engesser-Courbon para o caso 1.....	72
Figura 6-5 - Carregamentos acidentais positivos em V1 por Engesser-Courbon.	74
Figura 6-6 – Modelo transversal por Fauchart para 1,0 m do tabuleiro do caso 1.....	75
Figura 6-7 - LI de reações por Fauchart para o caso 1.	75

Figura 6-8 - Carregamentos acidentais positivos em V1 por Fauchart.	76
Figura 6-9 – Modelo de analogia de grelha – caso 1.....	77
Figura 6-10 –Carregamentos de multidão em V1 – caso 1.	78
Figura 6-11 – Modelo de elementos finitos– caso 1.	79
Figura 6-12 – Diagrama de momentos fletores para carregamento acidental de trem-tipo... 80	
Figura 6-13 – Diagrama de momentos fletores para carregamento acidental de multidão. .. 80	
Figura 6-14 – Diagrama de momentos fletores para carregamentos permanentes.	81
Figura 6-15 – Envoltória de momentos fletores: carregamentos acidental e permanente..... 81	
Figura 6-16 – Momentos fletores máximos e diferença percentual em V1 para TB-450..... 82	
Figura 6-17 – Diferença de momentos fletores em relação à analogia de grelha para V1.... 83	
Figura 6-18 – Comparação entre multidão em todo tabuleiro e na região crítica para V1. ... 84	
Figura 6-19 – Diagrama de momentos fletores para carregamento acidental de trem-tipo... 85	
Figura 6-20 – Diagrama de momentos fletores para carregamento acidental de multidão. .. 85	
Figura 6-21 – Diagrama de momentos fletores para carregamentos permanentes.	86
Figura 6-22 – Envoltória de momentos fletores: carregamentos acidental e permanente..... 86	
Figura 6-23 – Momentos fletores máximos e diferença percentual em V2 para TB-450..... 87	
Figura 6-24 – Esquema estrutural do caso 2.....	88
Figura 6-25 – Modelo de analogia de grelha – caso 2.....	90
Figura 6-26 – Região que gera momentos positivos e negativos na $\frac{1}{2}$ vão V1 – Caso 2. 90	
Figura 6-27 – Diagrama de momentos fletores para carregamento acidental de trem-tipo... 91	
Figura 6-28 – Diagrama de momentos fletores para carregamento acidental de multidão. .. 92	
Figura 6-29 – Diagrama de momentos fletores para carregamentos permanentes.	92
Figura 6-30 – Envoltória de momentos fletores: carregamentos acidental e permanente..... 93	
Figura 6-31 – Diferença de momentos fletores em relação à analogia de grelha para V1.... 94	
Figura 6-32 – Comparação entre multidão em todo tabuleiro e na região crítica para V1. ... 95	
Figura 6-33 – Diagrama de momentos fletores para carregamento acidental de trem-tipo... 96	
Figura 6-34 – Diagrama de momentos fletores para carregamento acidental de multidão. .. 96	
Figura 6-35 – Diagrama de momentos fletores para carregamentos permanentes.	97
Figura 6-36 – Envoltória de momentos fletores: carregamentos acidental e permanente..... 97	
Figura 6-37 – Diferença de momentos fletores em relação à analogia de grelha para V2.... 98	
Figura 6-38 – Esquema estrutural do caso 3.....	99
Figura 6-39 – Modelo de analogia de grelha – caso 3.....	101
Figura 6-40 – Região que gera momentos positivos e negativos na $\frac{1}{2}$ vão V1 – Caso 3. .. 101	
Figura 6-41 – Diagrama de momentos fletores para carregamento acidental de trem-tipo. 102	
Figura 6-42 – Diagrama de momentos fletores para carregamento acidental de multidão. 103	
Figura 6-43 – Diagrama de momentos fletores para carregamentos permanentes.	103
Figura 6-44 – Envoltória de momentos fletores: carregamentos acidental e permanente... 104	

Figura 6-45 – Diferença de momentos fletores em relação à analogia de grelha para V1..	105
Figura 6-46 – Comparação entre multidão em todo tabuleiro e na região crítica para V1. .	106
Figura 6-47 – Diagrama de momentos fletores para carregamento acidental de trem-tipo.	107
Figura 6-48 – Diagrama de momentos fletores para carregamento acidental de multidão.	107
Figura 6-49 – Diagrama de momentos fletores para carregamentos permanentes.	108
Figura 6-50 – Envoltória de momentos fletores: carregamentos acidental e permanente. .	108
Figura 6-51 – Diferença de momentos fletores em relação à analogia de grelha para V2..	109
Figura 6-52 – Região que gera momentos positivos e negativos na $\frac{1}{2}$ vão V1 – Caso 4. ..	112
Figura 6-53 – Diagrama de momentos fletores para carregamento acidental de trem-tipo.	113
Figura 6-54 – Diagrama de momentos fletores para carregamento acidental de multidão.	113
Figura 6-55 – Diagrama de momentos fletores para carregamentos permanentes.	114
Figura 6-56 – Envoltória de momentos fletores: carregamentos acidental e permanente. .	114
Figura 6-57 – Diferença de momentos fletores em relação à analogia de grelha para V1..	115
Figura 6-58 – Comparação entre multidão em todo tabuleiro e na região crítica para V1. .	116
Figura 6-59 – Diagrama de momentos fletores para carregamento acidental de trem-tipo.	117
Figura 6-60 – Diagrama de momentos fletores para carregamento acidental de multidão.	117
Figura 6-61 – Diagrama de momentos fletores para carregamentos permanentes.	118
Figura 6-62 – Envoltória de momentos fletores: carregamentos acidental e permanente. .	118
Figura 6-63 – Diferença de momentos fletores em relação à analogia de grelha para V2..	119
Figura 6-64 – Esquema estrutural do caso 5.	120
Figura 6-65 – Seções transversais das vigas do caso 5 com laje colaborante.	121
Figura 6-66 – Modelo de analogia de grelha – caso 5.....	122
Figura 6-67 – Região que gera momentos positivos e negativos na $\frac{1}{2}$ vão V1 – Caso 5. ..	123
Figura 6-68 – Diagrama de momentos fletores para carregamento acidental de trem-tipo.	124
Figura 6-69 – Diagrama de momentos fletores para carregamento acidental de multidão.	124
Figura 6-70 – Diagrama de momentos fletores para carregamentos permanentes.	125
Figura 6-71 – Envoltória de momentos fletores: carregamentos acidental e permanente. .	125
Figura 6-72 – Diferença de momentos fletores em relação à analogia de grelha para V1..	126
Figura 6-73 – Comparação entre multidão em todo tabuleiro e na região crítica para V1. .	127
Figura 6-74 – Diagrama de momentos fletores para carregamento acidental de trem-tipo.	128
Figura 6-75 – Diagrama de momentos fletores para carregamento acidental de multidão.	128
Figura 6-76 – Diagrama de momentos fletores para carregamentos permanentes.	129
Figura 6-77 – Envoltória de momentos fletores: carregamentos acidental e permanente. .	129
Figura 6-78 – Diferença de momentos fletores em relação à analogia de grelha para V2..	130
Figura A-1 – Seções para estudo da posição crítica do carregamento de multidão.	148
Figura A-2 – Diagramas de momentos fletores de V1 para a carga pontual em (0,5;y).....	149
Figura A-3 – Diagramas de momentos fletores de V1 para a carga pontual em (0,5;y).....	150

Figura A-4 – Diagramas de momentos fletores de V1 para a carga pontual em (0,5;y).....	151
Figura A-5 – Diagrama de momentos fletores de V1 para a carga pontual em (0,5;12).	152
Figura A-6 – Regiões críticas para carregamento de multidão – Caso 1.....	153
Figura B-1 – LI de reações por Fauchart para o caso 2.	154
Figura B-2 – LI de reações por Fauchart para o caso 3.	154
Figura B-3 – LI de reações por Fauchart para o caso 4.	155
Figura B-4 – LI de reações por Fauchart para o caso 5.	155

LISTA DE TABELAS

Tabela 4-1 - Coeficiente numérico k para inércia equivalente a uma transversina central. ...	38
Tabela 5-1 – Resumo dos casos analisados.....	58
Tabela 5-2 – Carregamentos permanentes.....	59
Tabela 6-1 – Dados gerais do estudo de caso 1 – 3L 1T CA 30m.	68
Tabela 6-2 – Propriedades geométricas das vigas do caso 1.	71
Tabela 6-3 – Cálculo da linha de influência de reações para V1.....	72
Tabela 6-4 – Carregamentos atuantes em V1 e V2 do caso 1 por Engesser-Courbon.	73
Tabela 6-5 – Carregamentos atuantes em V1 do caso 1 por Fauchart.	76
Tabela 6-6 – Carregamentos atuantes em V2 do caso 1 por Fauchart.	76
Tabela 6-7 – Carregamentos para o modelo de analogia de grelha – caso 1.	78
Tabela 6-8 – Comparação entre momentos fletores a $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$ do vão para V1.....	82
Tabela 6-9 – Diferença entre considerações para o carregamento de multidão.....	84
Tabela 6-10 – Comparação entre momentos fletores a $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$ do vão para V2.....	87
Tabela 6-11 – Dados gerais do estudo de caso 2 – 3L 0T CA 30m.	88
Tabela 6-12 – Propriedades do modelo do caso 2 por Fauchart.....	89
Tabela 6-13 – Comparação entre momentos fletores a $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$ do vão para V1.....	93
Tabela 6-14 – Diferença entre considerações para o carregamento de multidão.....	94
Tabela 6-15 – Comparação entre momentos fletores a $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$ do vão para V2.....	98
Tabela 6-16 – Dados gerais do estudo de caso 3 – 3L 3T CA 30m.	99
Tabela 6-17 – Propriedades do modelo do caso 3 por Fauchart.....	100
Tabela 6-18 – Comparação entre momentos fletores a $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$ do vão para V1 – Caso 3...	105
Tabela 6-19 – Diferença entre considerações para o carregamento de multidão.....	106
Tabela 6-20 – Comparação entre momentos fletores a $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$ do vão para V2.....	109
Tabela 6-21 – Dados gerais do estudo de caso 4 – 3L 1T CP 30m.	110
Tabela 6-22 – Propriedades do modelo do caso 4 por Fauchart.....	111
Tabela 6-23 – Comparação entre momentos fletores a $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$ do vão para V1 – Caso 4...	115
Tabela 6-24 – Diferença entre considerações para o carregamento de multidão.....	116
Tabela 6-25 – Comparação entre momentos fletores a $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$ do vão para V2.....	119
Tabela 6-26 – Dados gerais do estudo de caso 5 – 3L 1T CA 15m.	120
Tabela 6-27 – Propriedades geométricas das vigas do caso 5.	121
Tabela 6-28 – Coeficientes de majoração das cargas móveis para o caso 5.	121
Tabela 6-29 – Propriedades do modelo do caso 5 por Fauchart.....	122
Tabela 6-30 – Comparação entre momentos fletores a $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$ do vão para V1 – Caso 5...	126
Tabela 6-31 – Diferença entre considerações para o carregamento de multidão.....	127
Tabela 6-32 – Comparação entre momentos fletores a $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$ do vão para V2.....	130

Tabela 6-33 – Diferença entre considerações para o carregamento de multidão.....	132
Tabela 6-34 – Momentos fletores máximos para casos 1, 2 e 3.....	134
Tabela 6-35 – Momentos fletores máximos para casos 1 e 4.....	135
Tabela 6-36 – Momentos fletores máximos para casos 1 e 5.....	137
Tabela B-1 – Carregamentos para modelo de Fauchart atuantes em V1 do caso 2.....	155
Tabela B-2 - Carregamentos para modelo de Fauchart atuantes em V2 do caso 2	156
Tabela B-3 – Carregamentos para o modelo de analogia de grelha – caso 2.	156
Tabela B-4 – Carregamentos para modelo de Courbon atuantes em V1 e V2 do caso 3...	156
Tabela B-5 – Carregamentos para modelo de Fauchart atuantes em V1 e V2 do caso 3. .	157
Tabela B-6 – Carregamentos para o modelo de analogia de grelha – caso 3.	157
Tabela B-7 – Carregamentos para modelo de Fauchart atuantes em V1 e V2 do caso 4. .	158
Tabela B-8 – Carregamentos atuantes em V1 e V2 do caso 5 por Engesser-Courbon.	158
Tabela B-9 – Carregamentos para modelo de Fauchart atuantes em V1 e V2 do caso 5. .	159
Tabela B-10 – Carregamentos para o modelo de analogia de grelha – caso 5.	159

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	17
1.1 JUSTIFICATIVAS	18
1.2 OBJETIVOS	19
1.2.1 Objetivo geral	19
1.2.2 Objetivos específicos	19
2 PONTES.....	21
2.1 CONCEITO E ELEMENTOS CONSTITUINTES	21
2.2 CLASSIFICAÇÃO DAS PONTES.....	22
2.3 BREVE HISTÓRICO	22
2.4 PONTES EM GRELHA	24
3 SOLICITAÇÕES	26
3.1 AÇÕES PERMANENTES	26
3.1.1 Peso próprio dos elementos estruturais.....	26
3.1.2 Peso próprio dos elementos não estruturais	26
3.1.3 Empuxo de Terra e Água	28
3.1.4 Força de Protensão.....	28
3.1.5 Deformações Impostas.....	28
3.2 AÇÕES VARIÁVEIS	29
3.2.1 Cargas Móveis/ Trem-tipo	29
3.2.2 Cargas de Construção	32
3.2.3 Cargas de Vento	32
3.2.4 Força Centrífuga	33
3.2.5 Força de Frenagem e/ou Aceleração.....	33
3.2.6 Pressão da Água em Movimento	33
3.2.7 Variação de Temperatura	33
3.3 AÇÕES EXCEPCIONAIS.....	34
3.4 COMBINAÇÃO DE AÇÕES	34
4 MÉTODOS DE ANÁLISE DE TABULEIROS	35
4.1 PROCEDIMENTOS SIMPLIFICADOS	35
4.1.1 Engesser-Courbon.....	36
4.1.2 Leonhardt.....	38
4.1.3 Fauchart	39

4.2 MÉTODOS COMPUTACIONAIS	42
4.2.1 Método da Rigidez	42
4.2.2 Grelhas Planas.....	44
4.2.3 Analogia de Grelha	46
4.2.3.1 Modelagem da Grelha	47
4.2.3.2 Propriedades físicas e geométricas.....	47
4.2.4 Método dos Elementos Finitos.....	50
4.2.4.1 Modelagem com Método dos Elementos Finitos.....	52
5 MATERIAIS E MÉTODOS.....	54
5.1 GEOMETRIA E MATERIAIS.....	56
5.2 CARREGAMENTOS.....	58
5.3 MODELAGEM E CÁLCULO DOS ESFORÇOS	61
5.3.1 Engesser-Courbon	61
5.3.2 Fauchart	63
5.3.3 Analogia de Grelha	64
5.3.4 Elementos Finitos.....	66
6 RESULTADOS E DISCUSSÃO	68
6.1 CASO 1 – 3L 1T CA 30m	68
6.1.1 Modelo 1 por Engesser-Courbon	72
6.1.2 Modelo 1 por Fauchart	74
6.1.3 Modelo 1 por Analogia de Grelha.....	77
6.1.4 Modelo 1 por Elementos Finitos.....	79
6.1.5 Resultados do Caso 1	79
6.1.5.1 Longarina V1	79
6.1.5.2 Longarina V2	84
6.2 CASO 2 – 3L 0T CA 30m	88
6.2.1 Modelo 2 por Engesser-Courbon	89
6.2.2 Modelo 2 por Fauchart	89
6.2.3 Modelo 2 por Analogia de Grelha.....	89
6.2.4 Resultados do Caso 2	91
6.2.4.1 Longarina V1	91
6.2.4.2 Longarina V2	95
6.3 CASO 3 – 3L 3T CA 30m	99
6.3.1 Modelo 3 por Engesser-Courbon	100

6.3.2 Modelo 3 por Fauchart.....	100
6.3.3 Modelo 3 por Analogia de Grelha	100
6.3.4 Resultados do Caso 3.....	102
6.3.4.1 Longarina V1.....	102
6.3.4.2 Longarina V2.....	106
6.4 CASO 4 – 3L 1T CP 30m	110
6.4.1 Modelo 4 por Engesser-Courbon.....	110
6.4.2 Modelo 4 por Fauchart.....	111
6.4.3 Modelo 4 por Analogia de Grelha	111
6.4.4 Resultados do Caso 4.....	112
6.4.4.1 Longarina V1.....	112
6.4.4.2 Longarina V2.....	116
6.5 CASO 5 – 3L 1T CA 15m	120
6.5.1 Modelo 5 por Engesser-Courbon.....	121
6.5.2 Modelo 5 por Fauchart.....	122
6.5.3 Modelo 5 por Analogia de Grelha	122
6.5.4 Resultados do Caso 5.....	123
6.5.4.1 Longarina V1.....	123
6.5.4.2 Longarina V2.....	127
6.6 ANÁLISE DOS RESULTADOS	131
6.6.1 Considerações para o carregamento de multidão	131
6.6.2 Influência das transversinas	132
6.6.3 Influência da inércia à torção.....	135
6.6.4 Influência do comprimento do tabuleiro	136
6.6.5 Comentários gerais acerca dos resultados	138
7 CONCLUSÃO	140
7.1 SUGESTÕES PARA TRABALHO FUTUROS.....	143
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	144
APENDICE A – Estudo da Posição Crítica da Carga de Multidão	147
APENDICE B – Carregamentos atuantes para casos 2 a 5.....	154

1 INTRODUÇÃO

Pontes em grelha de múltiplas vigas são estruturas com um comportamento complexo, de difícil análise e entendimento, devido ao elevado grau de hiperestaticidade que possuem. O processo de transferência de carga da laje do tabuleiro para as vigas transversais e longitudinais, e destas para a mesoestrutura, é muito dependente da relação das rigidezes destes elementos, o que justifica a complexidade para prever como este ocorrerá.

Os métodos clássicos, tais como Engesser-Courbon, Leonhardt, Guyson-Massonet e Fauchart, utilizam-se de simplificações a fim de possibilitar a distribuição do carregamento atuante nas longarinas e, desta forma, permitir o cálculo manual. No processo de Engesser-Courbon, por exemplo, as transversinas são admitidas como infinitamente rígidas e desconsidera-se a rigidez a torção, de modo que o carregamento se distribui transversalmente de forma linear.

Apesar das limitações destes métodos, resultado das considerações adotadas por cada um, apresentam de modo geral resultados satisfatórios, desde que se atendam determinados critérios. Assim, são úteis para fornecer uma ordem de grandeza esperada para os esforços solicitantes dos elementos e para validar os resultados obtidos com análises mais sofisticadas. Além disso, estes são essenciais para iniciar o estudo e compreensão do comportamento destas estruturas, e quais são as influências de cada decisão de projeto.

O surgimento e disseminação dos computadores pessoais possibilitou o emprego de modelos numéricos, os quais permitem realizar análises sem o uso destes artifícios e simplificações, na medida em que os procedimentos permitem distribuir os carregamentos conforme a rigidez dos elementos estruturais.

Um modelo numérico de fácil compreensão, utilização e custo computacional relativamente baixo é a Analogia de Grelhas, a qual utiliza o Método dos Deslocamentos para determinação dos esforços nos elementos. Por utilizar elementos de barra, apresenta diversas similaridades com os procedimentos de análise estrutural tradicionais, tanto em termos de modelagem quanto em relação à verificação e validação dos resultados, os quais são relativamente simples de compreender.

Existem também modelos com formulações mais complexas e sofisticadas, que utilizam, por exemplo, a formulação do Método dos Elementos Finitos, o qual se baseia na geração e resolução de diversas equações algébricas, válidas em um pequeno domínio, para aproximar uma dada equação diferencial.

É essencial, ao utilizar qualquer modelo para representar um problema real, compreender os seus fundamentos e limitações, seja do mais simples ao mais complexo. Isto inclui ter noções adequadas de modelagem e também consciência de que não se pode confiar automaticamente nos resultados obtidos.

Os modelos numéricos permitem analisar problemas inviáveis de serem resolvidos analiticamente e podem representar de forma mais aproximada o comportamento da estrutura. Contudo, isto não é garantia de bons resultados, pois se os dados de entrada ou o procedimento de modelagem não forem adequados, os dados de saída também não serão.

Um maior nível de complexidade e de detalhamento, mesmo que permita eliminar a necessidade de algumas hipóteses simplificadoras, apresentará também maior dificuldade para conferência e validação da solução encontrada. Além disso, por mais refinado que o modelo seja, ele sempre será uma representação imprecisa da realidade.

1.1 JUSTIFICATIVAS

Ao longo do curso de graduação em Engenharia Civil, vários métodos para realizar a análise estrutural são apresentados, com maior enfoque para os procedimentos manuais. Sabe-se, contudo, que é grande a aplicação de métodos computacionais na prática dos escritórios de engenharia, desde programas do tipo “caixa preta”, até métodos mais sofisticados como o dos Elementos Finitos. Entretanto, há uma grande dificuldade, por parte de alguns profissionais de engenharia recém-ingressos no mercado de trabalho, quanto a correta aplicação e análise dos resultados obtidos por procedimentos computacionais, seja em virtude da falta de embasamento teórico ou de experiência em modelagem estrutural.

Deste modo, torna-se evidente a necessidade, por parte do engenheiro estrutural, de um maior domínio sobre o comportamento e a modelagem das estruturas, além de conhecimentos básicos sobre validação dos resultados obtidos

pelos procedimentos computacionais. Uma das formas de se obter estes conhecimentos é por meio do estudo de modelos computacionais mais simples, com os quais se tem maior controle dos parâmetros de entrada e familiaridade com saída de dados, tais como o de Analogia de Grelhas.

Os métodos manuais, apesar das simplificações, continuam importantes para servir de referência, a fim de validar os resultados, e também para melhor compreensão das hipóteses adotadas em cada um dos modelos. Quanto ao procedimento por Elementos Finitos, seu estudo se justifica por este ser um método mais amplo e que permite análises mais complexas.

Com relação à escolha de aplicar os métodos citados em uma superestrutura de pontes em grelha, justifica-se pelo fato deste ser um problema interessante, com elevada hiperestaticidade e cujo comportamento não é trivial. Desta forma, almeja-se realizar um estudo de caso via procedimentos manuais e computacionais, variando os parâmetros de entrada mais significativos, a fim de verificar qual a influência das simplificações adotadas pelos procedimentos clássicos para os esforços internos das vigas longitudinais.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo geral

Analisar a distribuição dos esforços solicitantes em longarinas de pontes de concreto armado e protendido, por meio de procedimentos clássicos, pelo método de Analogia de Grelhas e também pelo Método dos Elementos Finitos.

1.2.2 Objetivos específicos

Para atingir o objetivo geral será necessário alcançar os seguintes objetivos específicos:

- a) Realizar uma revisão bibliográfica e analisar as diferenças entre métodos clássicos de análise de pontes em vigas, de Analogia de Grelhas e de Elementos Finitos;

- b) Aplicar métodos manuais para a distribuição transversal de carregamentos no tabuleiro em alguns estudos de caso e avaliar os resultados das envoltórias de esforços solicitantes;
- c) Obter as envoltórias destes mesmos casos, para as cargas acidentais e permanentes previstas em norma, por meio de algum programa de análise estrutural de grelhas planas que utilize o método dos deslocamentos;
- d) Modelar os tabuleiros destas pontes por meio de elementos finitos de barra e de casca, e obter envoltórias de esforços solicitantes;
- e) Comparar os resultados obtidos pelas diferentes metodologias, de modo a verificar, por meio dos diversos casos estudados, quais são as limitações de cada procedimento;
- f) Pôr em prática conhecimentos adquiridos sobre Pontes e Análise Computacional de Estruturas, bem como buscar conhecimentos complementares para a elaboração de projetos estruturais de tabuleiros.

2 PONTES

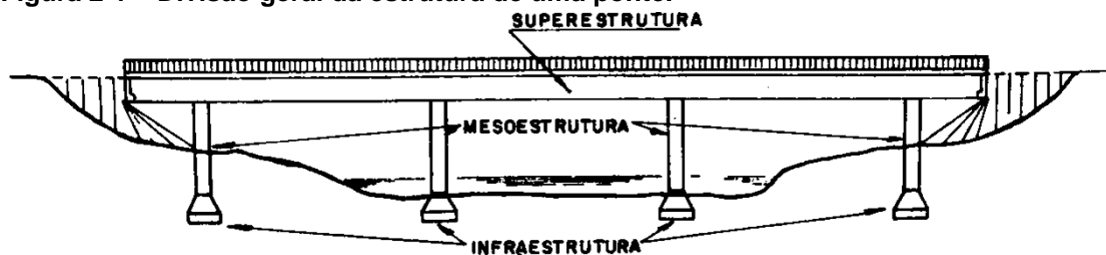
2.1 CONCEITO E ELEMENTOS CONSTITUINTES

As definições de ponte na bibliografia classificam-na como uma obra de engenharia cujo objetivo é transpor obstáculos à continuidade de uma via, sejam eles rios, braços de mar e outros corpos hídricos. Quando se deseja transpor vales, outras vias e demais obstáculos não constituídos por água, emprega-se o termo viaduto.

O'Connor (1975), Stucchi (2006) e Chen&Duan (2014) ressaltam que uma ponte deve atender a requisitos fundamentais, tais como: segurança quanto aos carregamentos de projeto, com probabilidade aceitável de manter suas características durante a vida útil; funcionalidade, de modo a satisfazer a condições de utilização; economia; e estética, de modo a agradar ao maior número de pessoas e estar bem inserida no seu contexto. Chen e Duan (2014) destacam ainda a durabilidade, sustentabilidade e impactos ao meio-ambiente. Stucchi (2006, p.1) também afirma que, “em função desse processo criativo e da importância estética do produto final, as pontes e grandes estruturas são usualmente chamadas ‘Obras de Arte’ ”.

As pontes costumam ser separadas pela bibliografia em três partes, conforme Figura 2-1. A superestrutura, usualmente composta por lajes e vigas, dá suporte ao estrado, no qual é aplicado o trem-tipo. A mesoestrutura recebe os esforços da superestrutura, além de outros esforços por via direta, e transfere-os às fundações, em geral através de pilares, sem obstruir significativamente o corpo hídrico. A infraestrutura, por sua vez, transmite os esforços da mesoestrutura para o maciço de solo ou rocha por meio de elementos de fundação, tais como blocos, sapatas, estacas e tubulões. O presente trabalho irá focar na determinação de esforços solicitantes de longarinas da superestrutura, submetida a ações de cargas móveis e permanentes.

Figura 2-1 – Divisão geral da estrutura de uma ponte.



FONTE: PFEIL, 1980, p.2.

2.2 CLASSIFICAÇÃO DAS PONTES

Diversos autores, tais como O'Connor (1975), Mason (1977), Leonhardt (1979), Pfeil (1980), Stucchi (2006), Spernau (2012) e Antônio Neto (2014), classificam as pontes a partir de características que possuem em comum. Uma vez que não há concordância exata, promoveu-se uma classificação com base nos critérios que mais se repetem na bibliografia consultada, conforme segue:

- a) Finalidade: rodoviária; ferroviária; rodoferroviária; e passarela.
- b) Material de Construção: concreto armado ou protendido; aço; madeira; alvenaria de pedras ou tijolos (atualmente em desuso).
- c) Desenvolvimento planimétrico do eixo: eixo retilíneo normal (eixo longitudinal normal ao eixo do curso d'água); eixo retilíneo esconso (ângulo entre eixos diferente de 90°); em curva.
- d) Sistemas Estruturais: ponte em laje; ponte em viga (seção constante, variável e seção caixão); ponte treliçada; ponte em quadro ou pórtico; ponte em arco; ponte estaiada; ponte pênsil (ou suspensa).
- e) Sistema Construtivo: moldada no local; total ou parcialmente pré-moldada; balanços sucessivos (moldada no local ou com aduelas pré-moldadas);

2.3 BREVE HISTÓRICO

Segundo Leonhardt (1979) e Tang (2007), a história demonstra que a aplicação dos sistemas estruturais de pontes citados em 2.2 remonta a tempos muito antigos, apesar da teoria das estruturas ter se desenvolvido há poucos séculos. Na antiguidade, troncos de árvores e placas de pedras eram utilizados para vencer vãos. Cipós e cordas formaram as primeiras pontes pênsis. Estas “estruturas” intuitivas utilizavam materiais facilmente obtidos na natureza. Nos últimos milênios, nenhum novo tipo de ponte foi realmente inventado; ocorreu um processo de evolução, em que estas tornaram-se mais sofisticadas, arrojadas, maiores, mais resistentes e duráveis.

Um dos fatores importantes para o avanço da engenharia é o desenvolvimento dos materiais, pois na medida em que se tornam viáveis, os engenheiros utilizam-nos para construir estruturas. A madeira, por exemplo, sempre disponível na natureza, foi

usada na construção de pontes por milhares de anos. As pontes de madeira da antiguidade possuíam pequenos vãos e se preservam apenas em ilustrações. Cabe ressaltar, contudo, que carpinteiros alemães e suíços atingiram, no século XVIII, um elevado grau de excelência nestas construções (LEONHARDT, 1979; TANG, 2007).

Assim, foram as pontes em arco que predominaram até meados do século XVIII. Esta configuração é ideal para materiais como blocos de pedra e tijolos, pois permite reduzir e até eliminar as tensões de tração. Há registros do uso de arcos em construções de 2000 A.C., porém foram os romanos que aprimoraram e consolidaram seu uso em pontes e viadutos, por meio de arcos semicirculares de até 30,0 m de vão, dos quais alguns resistiram até os dias atuais. (LEONHARDT, 1979; TANG, 2007).

A introdução do aço, do concreto armado e protendido revolucionou o panorama da construção de pontes, possibilitando maiores vãos e esbeltez. Não mais limitado ao arco, passou-se a empregar em larga escala pontes em viga, estaiadas e pênséis. A ponte do Forth (1890), localizada no Reino Unido e com vão de 512 m, é exemplo das inovações proporcionadas pelo aço (LEONHARDT, 1979; TANG, 2007).

Sobre as pontes pênséis, no início, um problema enfrentado era a estabilidade ao vento, com destaque ao colapso da ponte Takoma Narrows. O primeiro engenheiro a estabilizar com sucesso estas estruturas foi John Roebling, através de cabos inclinados. Algumas pontes pênséis famosas são a George Washington (1931), a primeira a superar os 1000m de vão, a Golden Gate (1937), com vão de 1280m, e a Akashi Kaikyo (2000), no Japão, recorde atual de vão livre com 1991m (TANG, 2007).

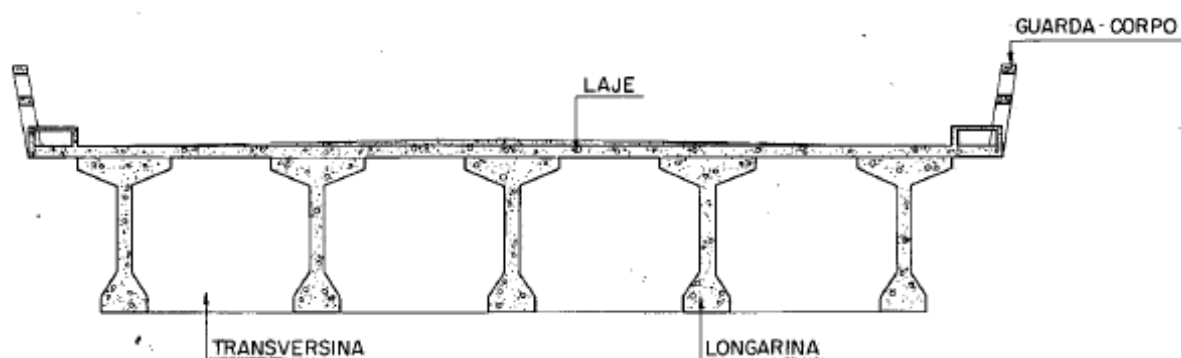
O concreto armado, patenteado há apenas 162 anos, foi utilizado em 1875 na ponte de Monier, ainda existente. De início, apenas substituiu a pedra em pontes com arcos triarticulados, porém em 1912 se começou a adotar pontes em viga e pórtico para vãos de até 30 m. O desenvolvimento do concreto protendido, idealizado por Eugene Freyssinet, também colaborou a tornar este o material mais utilizado na construção de pontes, principalmente com o advento dos aços de elevada resistência (LEONHARDT, 1979; TANG, 2007).

As pontes estaiadas se desenvolveram principalmente após a introdução dos aços de elevada resistência, com grandes avanços na Alemanha após a segunda guerra mundial. A ponte Stromsund, na Suécia, é reconhecida como a primeira ponte estaiada moderna, com um vão de 183m e inaugurada em 1955 (TANG, 2007).

2.4 PONTES EM GRELHA

Pontes em grelha são pontes cuja superestrutura possui seção aberta, com tabuleiro constituído por uma laje flexível, ligada a três ou mais vigas principais longitudinais, denominadas longarinas, e também a vigas transversais, denominadas transversinas (Figura 2-2). A laje do tabuleiro, solidária à grelha, é responsável por receber os carregamentos do tráfego e distribuí-los aos elementos da grelha. A função das transversinas é receber cargas da laje, ligar as longarinas e distribuir o carregamento nestas vigas, enquanto as vigas principais devem transmitir os carregamentos à mesoestrutura (FREITAS, 1978; LONGO, 1979; O'CONNOR, 1976; SOUZA, 2015).

Figura 2-2 – Seção transversal de uma ponte em grelha.



FONTE: LONGO, 1979, p.2.

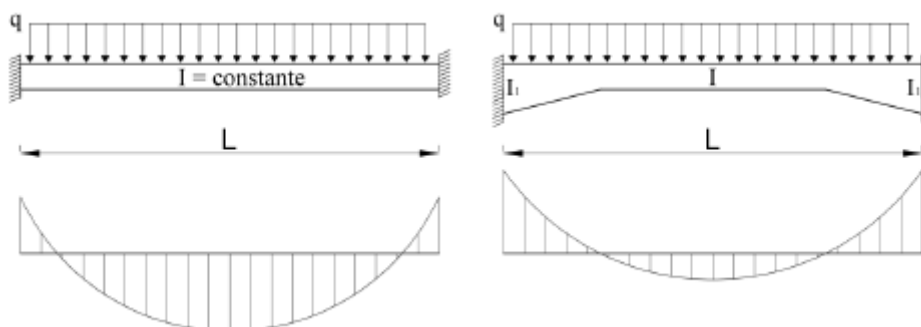
Sob a ação de carregamentos verticais, a superestrutura irá se deformar, de modo que a ligação rígida entre as transversinas e as longarinas provoca uma interação entre esses elementos estruturais. Devido aos graus de liberdade a que as vigas estão sujeitas, de deslocamento vertical e rotação em torno de seus eixos, surgem tensões de flexão, torção e cisalhamento. Assim, o carregamento atuante em determinada longarina irá influenciar também as demais vigas principais, dependendo do valor da rigidez da transversina. A transversina, além de influenciar na distribuição das cargas, enrijece as almas das longarinas, enquanto a laje do tabuleiro tem uma importante função de distribuição das cargas, uma vez que liga as vigas entre si (LONGO, 1979).

Com relação ao esquema estrutural das pontes em grelha, pode-se adotar vigas simplesmente apoiadas com dois apoios em vão único, simplesmente apoiadas

com vãos sucessivos com ou sem continuidade no tabuleiro, vigas simplesmente apoiadas com balanços, vigas contínuas e vigas Gerber (LEONHARDT, 1979). A escolha do sistema estrutural mais adequado depende de fatores econômicos, de técnicas construtivas disponíveis e também de características locais da obra.

De acordo com Souza (2015), a altura das longarinas pode ser constante ou variável, de acordo com objetivos estéticos ou de distribuição dos momentos fletores. Com o aumento da seção na região próxima aos apoios, a inércia também aumenta nesta região, o que tende a elevar o valor do momento fletor negativo e, conseqüentemente, reduzir o valor do momento máximo positivo. Na Figura 2-3 pode-se observar esse efeito de aumento da seção transversal na região próxima aos apoios em vigas biengastadas.

Figura 2-3 – Variação da distribuição de momentos em vigas biengastadas com altura constante e variável.



FONTE: Souza, 2015, p.43.

De acordo com Souza (2015), a seção transversal mais usual para as vigas principais é a que possui formato T, constituída por mesa superior e alma, ou duplo T, a qual também possui uma mesa inferior. Leonhardt (1979) afirma que uma seção T aproveita de forma muito mais eficiente a distribuição das tensões do que uma seção retangular, uma vez que a mesa superior comprimida permite absorver momentos fletores positivos muito maiores. Esta seção é obtida a partir da consideração de uma parte da laje do tabuleiro como mesa superior e a nervura como alma. A seção duplo T apresenta algumas vantagens, principalmente quando a viga estiver sujeita a momentos muito elevados, uma vez que a mesa inferior permite uma distribuição da armadura mais eficiente, com maior distância da linha neutra ao centro de gravidade da armadura.

3 SOLICITAÇÕES

A NBR 8681 (2003, p.2), que estabelece critérios de verificação da segurança e de quantificação das ações em estruturas, define ações como “causas que provocam esforços ou deformações nas estruturas”. A Norma ressalta, porém, que na prática considera-se como as próprias ações as forças e as deformações impostas à estrutura. A referida Normalização classifica, ainda, as ações em permanentes, variáveis e excepcionais. As ações a serem consideradas em projetos de pontes estão descritas nas Normas NBR 7187 (2003) e NBR 7188 (2013).

3.1 AÇÕES PERMANENTES

De acordo com a NBR 7187 (2003), as ações permanentes são aquelas com intensidade constante ao longo da vida útil da construção, ou mesmo aquelas que crescem no tempo e tendem a um valor limite. No projeto de pontes rodoviárias, as ações permanentes a serem consideradas incluem as cargas provenientes de: peso próprio dos elementos estruturais; peso próprio dos elementos permanentemente fixos à estrutura da ponte, tais como pavimentação, revestimentos, barreiras, guarda-rodas, guarda-corpos e dispositivos de sinalização; empuxos de terra e água; forças de protensão; e deformações impostas por variações de temperatura, deslocamentos de apoios, fluência e retração do concreto (NBR 7187, 2003; NBR 8681, 2003).

3.1.1 Peso próprio dos elementos estruturais

A fim de avaliar o peso próprio dos elementos estruturais em pontes, é preciso realizar um pré-dimensionamento, e, a partir das dimensões, multiplicar o volume das peças pelo peso específico. A NBR 7187 (2003) recomenda utilizar pelo menos 24 kN/m³ para o concreto simples e 25 kN/m³ para o concreto armado ou protendido.

3.1.2 Peso próprio dos elementos não estruturais

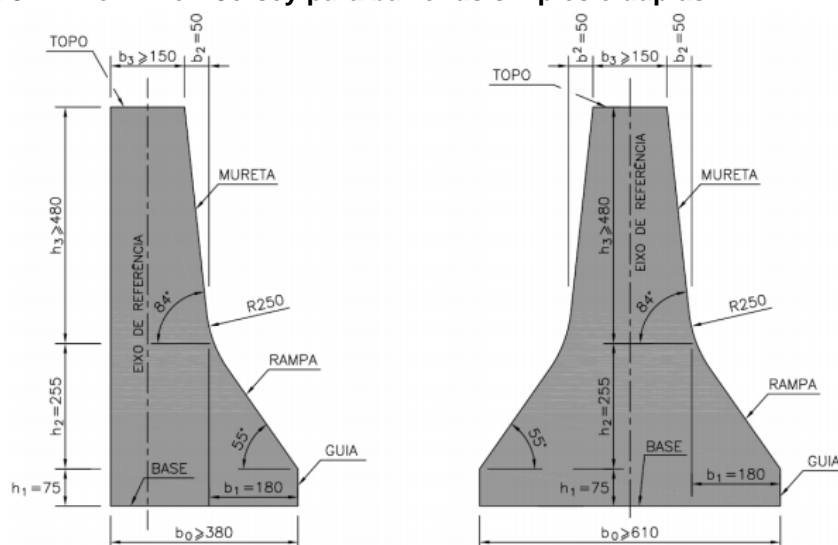
Os elementos não estruturais que geram ações permanentes nas pontes rodoviárias são a pavimentação e os dispositivos de proteção, tais como barreiras, defensas, guarda-rodas e guarda-corpos.

Quanto ao revestimento aplicado nos tabuleiros de pontes, Spernau (2012) indica uma espessura mínima de 5 cm. Em geral, é previsto que o revestimento tenha um abaulamento, isto é, uma espessura maior no eixo da pista do que nas bordas, a fim de evitar o acúmulo de água, de acordo com as prescrições do Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes (DNIT). A NBR 7187 (2003) indica um peso específico mínimo de 24 kN/m^3 para o material de revestimento, além de uma sobrecarga não obrigatória de 2 kN/m^2 para atender a um possível recapeamento.

Os guarda-rodas são balizadores de tráfego e limitadores do trecho pavimentado, com cerca de 30 cm de altura, mas estão em desuso devido à baixa proteção que oferecem. Os guarda-corpos são dispositivos destinados a proteger pedestres, no caso de existirem passeios laterais, podendo ser feitos por elementos metálicos ou pré-moldados de concreto (DNIT 122, 2009).

Tanto barreiras quanto defensas são utilizadas nas extremidades da pista de rolamento para conter os veículos. A diferença entre elas está no material, pois barreiras são constituídas por concreto armado e defensas por lâminas de aço (SPERNAU, 2012). Devem possuir altura, perfil e capacidade resistente adequados para evitar a queda de veículos desgovernados, absorver choques laterais e propiciar sua recondução à pista de rolamento. Por este motivo, as barreiras mais utilizadas possuem o padrão New Jersey (DNIT 122, 2009), cuja seção típica simples, para as extremidades da pista, e dupla, nos canteiros centrais, foi representada na Figura 3-1.

Figura 3-1 – Perfil New Jersey para barreiras simples e duplas.



FONTE: DNIT 109, 2009, p.6.

3.1.3 Empuxo de Terra e Água

Solicitações importantes podem surgir devido à ação de pressão do solo e da água sobre a ponte ou parte dela. O empuxo de terra dá origem a solicitações horizontais, e, segundo a NBR 7187 (2003), deve ser determinado a partir dos princípios da mecânica dos solos. Varia de acordo com sua natureza (ativo, passivo ou de repouso), das características do terreno e inclinação dos taludes. A Norma estabelece ainda que os empuxos ativos e de repouso sejam considerados nas configurações mais desfavoráveis, e o passivo apenas se for garantido por toda a vida útil. Com relação ao empuxo d'água e a subpressão, a NBR 7187 (2003) indica ser necessário estudar os níveis máximos e mínimos dos cursos da água e lençóis freáticos, a fim de considerá-las nas situações mais desfavoráveis.

3.1.4 Força de Protensão

Segundo a NBR 6118 (2014), nos elementos de concreto protendido parte das armaduras é previamente alongada antes de serem solidarizadas ao concreto, a fim de evitar ou limitar a fissuração, reduzir deslocamentos em serviço e aproveitar melhor aços de alta resistência no Estado Limite Último. As ações de protensão devem ser consideradas não só nos elementos protendidos propriamente ditos, mas também naqueles que sofrem ação indireta da protensão.

3.1.5 Deformações Impostas

Deformações impostas são ações indiretas ocasionadas por deslocamentos dos apoios, retração e fluência do concreto. O deslocamento das fundações deve ser levado em consideração no projeto quando induzir efeitos apreciáveis na estrutura (NBR 7187, 2003). A fluência é o fenômeno do aumento ao longo do tempo das deformações das peças de concreto armado ou protendido submetidas a ação de longa duração. A retração do concreto provoca o aparecimento de tensões internas em pontes hiperestáticas devido à restrição ao deslocamento. Nas isostáticas, é importante no dimensionamento dos aparelhos de apoio, a fim de não acarretar em esforços adicionais expressivos.

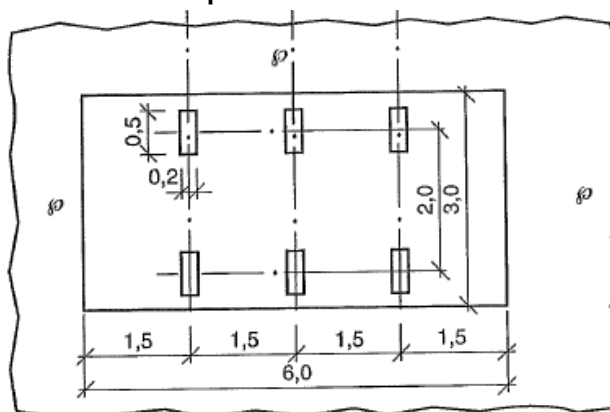
3.2 AÇÕES VARIÁVEIS

De acordo com a NBR 8681 (2003), ações variáveis são aquelas cujos valores se alteram de modo significativo ao longo da vida útil. Nos projetos de pontes, segundo a NBR 7187 (2003), devem ser consideradas: as cargas móveis, com seus efeitos verticais, dinâmicos, de força centrífuga, choque lateral, de frenagem e aceleração; cargas de construção; carga de vento; empuxo de terra provocado por cargas móveis; pressão da água em movimento e seu efeito dinâmico; variações de temperatura.

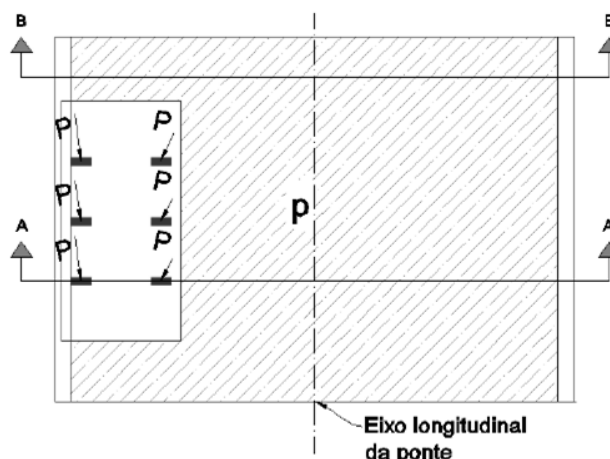
3.2.1 Cargas Móveis/ Trem-tipo

O termo trem-tipo se refere ao conjunto do carregamento móvel a ser aplicado à estrutura da ponte, na posição mais desfavorável, para cada seção de cálculo e combinação de carregamento. A NBR 7118 de 1982 dividia as pontes rodoviárias em três classes, 45, 30 e 12, segundo o peso do veículo em toneladas. A versão mais recente, de 2013, reduziu para duas classes, representadas pela sigla TB, seguida do peso do veículo em kN. A carga móvel padrão é a TB-450, antiga classe 45, mas que em anéis rodoviários e obras a menos de 100 km em rodovias de acesso a terminais portuários deve ser acrescida em 10%. Em estradas vicinais municipais e particulares pode-se usar a carga móvel TB-240. Em ambas o veículo tipo possui seis rodas, com três eixos de carga afastados em 1,5 m e área de ocupação de 18 m², conforme Figura 3-2. A disposição das cargas concentradas e distribuídas em função das rodas do veículo e da carga de multidão, respectivamente, pode ser observada na Figura 3-3.

Figura 3-2 – Geometria do veículo tipo.



FONTE: NBR 7188, 2013, p.4.

Figura 3-3 – Disposição das cargas das rodas e multidão sobre a pista.

FONTE: Kaestner, 2015, p.34.

A carga P , segundo a NBR 7188, refere-se ao valor estático e concentrado, com valor característico, de uma roda do veículo, e a carga p é uniformemente distribuída no tabuleiro e também com valor característico. O carregamento devido as rodas do veículo tipo deve ser considerado na posição mais desfavorável da pista, incluindo acostamento e faixas de segurança. O carregamento distribuído também deve ser aplicado na posição mais desfavorável e independe das faixas rodoviárias.

Conforme Figura 3-3, a Norma não prevê cargas distribuídas na região do veículo, de modo ser necessário analisar duas seções. Na seção AA obtém-se a carga concentrada em cada eixo, que indicam a influência das duas cargas P , e também a carga distribuída p atuante ao lado do veículo tipo. Para o restante da ponte deve-se calcular a carga distribuída a partir da seção BB, atuante em toda a largura da pista.

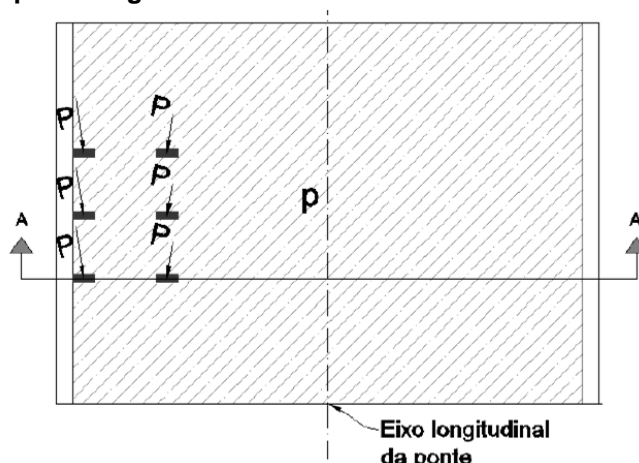
Um procedimento que facilita o cálculo dos carregamentos acidentais sobre a longarina, recomendado por Pfeil (1980), é a homogeneização das cargas concentradas do veículo tipo com o carregamento distribuído, de modo a evitar a análise em duas seções transversais. Assim, pode-se elaborar uma única linha de influência dos carregamentos para obter as cargas concentradas e distribuídas. Considera-se que a carga de multidão atua também sobre a projeção do veículo (Figura 3-4), e reduz-se a carga de cada roda conforme a equação (1).

$$P_{homogeneizado} = P - \frac{p \cdot A}{n} \quad (1)$$

em que:

- P: Carga estática concentrada por roda (kN);
- p: Carga de multidão (kN/m²);
- A: Área de contato da roda (m²);
- n: Número de rodas.

Figura 3-4 – Trem-tipo homogeneizado.



FONTE: Kaestner, 2015, p.35.

Apesar de facilitar a análise das vigas, a homogeneização não é recomendada na análise de vigas de pontes de pequena extensão e das lajes, pois nestes casos a redução das cargas P concentradas podem levar a imprecisões significativas.

Segundo Antônio Neto (2014), as cargas do trem-tipo não atuam na estrutura de forma estática, como é suposto, mas sim de maneira brusca, o que resulta em oscilações na estrutura. Assim, a NBR 7188 (2013) indica que esse efeito dinâmico deve ser considerado no cálculo, e propõe o uso de coeficientes de ponderação para majorar seus valores. São estes os coeficientes de impacto vertical (CIV), de número de faixas (CNF) e de impacto adicional (CIA), e, após a majoração, as cargas P e p são representadas, respectivamente, por Q e q, conforme as equações (2) e (3).

$$Q = P \cdot CIV \cdot CNF \cdot CIA \quad (2)$$

$$q = p \cdot CIV \cdot CNF \cdot CIA \quad (3)$$

O **coeficiente de impacto vertical (CIV)** simula o efeito da carga em movimento e a suspensão dos veículos automotores e é função do vão Liv da estrutura. Para as situações em que o vão é menor do que 10,0m, CIV vale 1,35. Quando o vão varia de 10,0 até 200,0m, CIV é dado pela equação (4).

$$CIV = 1 + 1,06 \cdot \left(\frac{20}{Liv + 50} \right) \quad (4)$$

Em que Liv é a média aritmética dos vãos, no caso de vãos contínuos, ou o comprimento do balanço, no caso de estruturas em balanço, expresso em metros.

O **coeficiente do número de faixas (CNF)** está relacionado com a probabilidade da carga móvel ocorrer em função do número de faixas, e não deve ser aplicado no dimensionamento de elementos transversais ao sentido do tráfego, tais como lajes e transversinas. Ele é dado pela equação (5).

$$CNF = 1 - 0,05 \cdot (n - 2) > 0,9 \quad (5)$$

Em que n é o número de faixas de tráfego, sem a consideração de acostamentos e faixas de segurança.

O **coeficiente de impacto adicional (CIA)** majora a carga móvel característica para levar em consideração imperfeições e/ou descontinuidades da pista de rolamento devido a juntas de dilatação e extremidades. Em obras de concreto o coeficiente vale 1,25 e deve ser utilizado nas seções a menos de 5m da descontinuidade estrutural.

3.2.2 Cargas de Construção

A NBR 7187 (2003) indica que devem ser consideradas as ações de cargas passíveis de ocorrer durante a execução, como equipamentos de montagem e lançamento de elementos estruturais, além de seus efeitos nas etapas construtivas.

3.2.3 Cargas de Vento

As cargas de vento devem ser estimadas conforme NBR 6123 (1988).

3.2.4 Força Centrífuga

De acordo com a NBR 7187 (2003) e a NBR 7188 (2013), nas pontes rodoviárias em curva é preciso considerar uma força centrífuga normal ao seu eixo atuando no tabuleiro, cujo valor deve ser tomado como uma parcela do peso do veículo tipo, em função do raio da curva inferior.

3.2.5 Força de Frenagem e/ou Aceleração

A ação de frenagem e de aceleração dos veículos resulta em uma força longitudinal no tabuleiro. É tomada pelo maior valor entre 5,0% das cargas móveis distribuídas ou 30,0% do peso do veículo tipo, considerados sem o efeito de impacto (NBR 7187, 2003). A norma prescreve que, simultaneamente a essa força, deve-se considerar a carga H_f , definida a partir da equação (6).

$$H_f = 0,85 \cdot B \cdot L \cdot CNF \geq 135kN \quad (6)$$

Em que B e L são a largura efetiva e o comprimento concomitante, em metros, da carga móvel uniformemente distribuída, na posição mais desfavorável.

3.2.6 Pressão da Água em Movimento

O efeito da pressão da água em movimento sobre pilares e fundações está especificado na NBR 7187, e depende da velocidade da água ao quadrado e de um coeficiente dimensional em função da forma da seção transversal dos elementos.

3.2.7 Variação de Temperatura

A NBR 6118 (2014) descreve como devem ser consideradas as ações indiretas devido a variação de temperatura nas estruturas de concreto. Deve ser considerada uniforme quando for um efeito global devido a variação da temperatura atmosférica e insolação direta. Varia de acordo com o local de implantação da estrutura e das dimensões de seus elementos.

3.3 AÇÕES EXCEPCIONAIS

Ações excepcionais são aquelas que possuem uma duração muito curta e uma baixa probabilidade de ocorrência durante a vida da construção. A NBR 7187 (2003) cita algumas ações excepcionais em pontes, dentre elas: choques de objetos móveis; explosões; fenômenos naturais pouco frequentes (sismos, ventos e enchentes catastróficos).

3.4 COMBINAÇÃO DE AÇÕES

A NBR 8681 (2003) estabelece critérios para verificar se a estrutura apresenta desempenho adequado às finalidades da construção, a partir de estados limites últimos e de serviço. Os estados limites últimos estão relacionados com o colapso total ou parcial da estrutura, ou qualquer outra forma de ruína estrutural, inviabilizando seu uso. Já os estados limites de serviço são relacionados à durabilidade, aparência, conforto do usuário e utilização funcional das estruturas.

Para a verificação da segurança em relação a cada um dos possíveis estados limites, é preciso estabelecer uma combinação das ações que possam atuar na estrutura, de modo a considerar os efeitos mais desfavoráveis nas suas seções críticas. Os valores representativos de cada ação considerada devem ser multiplicados pelos respectivos coeficientes de ponderação (NBR 8681, 2003).

Com relação aos estados limites últimos, as combinações se dividem em última normal, especiais ou de construção e excepcionais, enquanto para os estados limites de serviço existem as combinações de curta, média e longa duração. As combinações para esses estados limites devem considerar ainda a situação de projeto, a qual pode ser duradoura, transitória ou excepcional. Nas situações duradouras, são verificados os estados limites últimos nas condições normais, e de utilização para longa e média duração. As transitórias abrangem o estado limite último especial ou de construção e o estado limite de serviço de curta duração. Já para as situações excepcionais, cujas ações possuem duração extremamente curta, verificam-se os estados limites últimos excepcionais (NBR 8681, 2003).

4 MÉTODOS DE ANÁLISE DE TABULEIROS

A fim de proceder com o dimensionamento das vigas da superestrutura, é preciso determinar seus esforços internos. Entretanto, devido à elevada hiperestaticidade da estrutura de uma ponte em grelha, uma análise manual rigorosa é impraticável, motivando o desenvolvimento de diversos processos clássicos de cálculos. A partir de considerações e simplificações diversas, muitas soluções para o problema de grelhas de pontes foram propostas.

Os processos simplificados são aplicados para obter a distribuição transversal dos carregamentos e a parcela correspondente à cada longarina, analisada por modelos de vigas. O uso das transversinas conectando as longarinas entre si promove uma transferência de carregamentos que é função da rigidez desses elementos.

Segundo Stucchi (2006), nas pontes em vigas múltiplas, inicialmente utilizava-se transversinas bastante rígidas, com a finalidade de distribuir bem as cargas pelas longarinas e, assim, se constituírem grelhas. Ainda pelo autor, posteriormente se verificou que as lajes usuais tinham rigidez suficiente para garantir uma boa distribuição transversal, de modo que se passou a empregar soluções sem essas transversinas intermediárias.

Após a determinação dos carregamentos atuantes em cada longarina pelos procedimentos clássicos, a obtenção dos esforços nas seções e das reações de apoio nas longarinas é realizada por meio do conceito de linhas de influência.

Com o advento e a popularização dos computadores, métodos até então inviáveis, devido ao elevado número de cálculos necessários, passaram a ser aplicados. Estes permitem considerar diretamente a influência da relação entre as rigidezes das vigas que se cruzam na distribuição dos carregamentos aplicados no tabuleiro. Os mais utilizados na engenharia de estruturas são o Método dos Deslocamentos e o Método dos Elementos Finitos.

4.1 PROCEDIMENTOS SIMPLIFICADOS

De acordo com Longo (1979), antes do aparecimento dos procedimentos clássicos de análise de pontes em grelha, os projetistas tinham grandes dificuldades, uma vez que estudar os elementos estruturais independentes do conjunto não

fornecia bons resultados quando comparados com dados experimentais. Ainda segundo o autor, um dos primeiros estudos sobre o comportamento de uma ponte em grelha, com base no método das forças, foi realizado por Zschetzsche em 1898, porém sem êxitos em aplicações práticas em virtude da complexidade numérica.

Diversas soluções foram propostas, ao longo do século XX, para possibilitar a obtenção de solicitações e reações de apoio em pontes de vigas múltiplas de modo simplificado, mas com resultados coerentes com o observado na prática. Dentre essas, destacam-se: Engesser/Courbon (1940), com transversina de rigidez infinita, sem o efeito de torção; Leonhardt (1940), que também despreza a rigidez à torção, porém com longarinas ligadas por transversinas flexíveis e lajes consideradas como uma largura colaborante das longarinas; Guyon/Massonet (1950), que aplica o princípio da equivalência elástica em um sistema de pontes em grelha, com o efeito da torção, e posteriormente aperfeiçoada por Bares; Ferraz (1951), que desenvolveu em séries de Fourier o problema da placa ortotrópica equivalente a uma grelha para as cargas, esforços e deformações ao longo das vigas principais, e Fauchart (1975), também desenvolvida em séries de Fourier, que considera a rigidez à torção das vigas, utiliza uma faixa da laje de largura unitária na direção transversal do tabuleiro e modela os apoios das longarinas como molas (LONGO, 1979; STUCCHI, 2006).

4.1.1 Engesser-Courbon

Este procedimento permite determinar, de forma aproximada, o modo como uma carga se distribui sobre as longarinas de um tabuleiro monolítico, e se aplica ao caso usual de grelhas de ponte em que as seguintes condições são respeitadas:

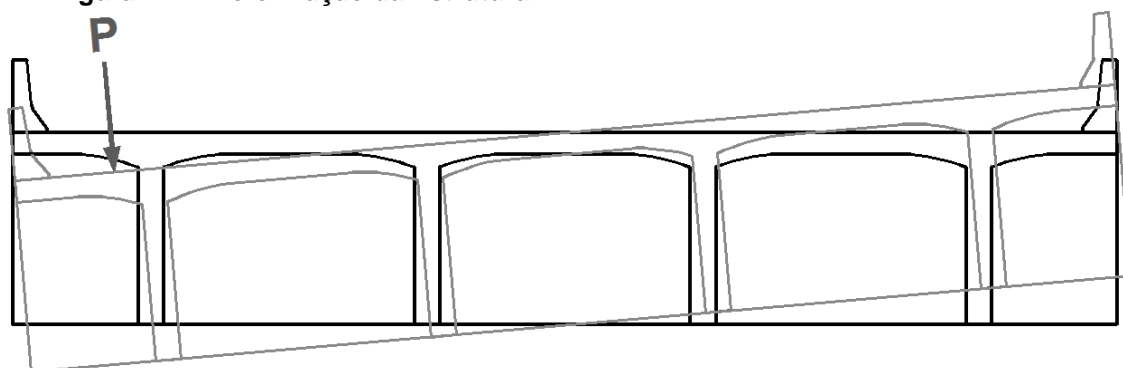
- A largura da ponte é menor que metade do vão da mesma;
- A altura das transversinas é da ordem de grandeza daquela das longarinas;
- As espessuras das longarinas e das lajes são pequenas.

Respeitadas também hipóteses básicas da resistência dos materiais (i.e., longarinas representadas como barras ($b, h \ll L$), material homogêneo e isotrópico, comportamento elástico-linear (lei de Hooke), seções planas permanecem planas (hipótese de Navier), pequenas deformações, e princípio de Saint-Venant), admitem-se as seguintes hipóteses:

- Transversinas simplesmente apoiadas nas longarinas e infinitamente rígidas;
- A rigidez à torção das vigas é desprezável;
- O trabalho longitudinal das lajes também é desprezável.

Devido à suposição das transversinas se comportarem como barras rígidas, as deformações das vigas principais se relacionam de forma linear, conforme Figura 4-1.

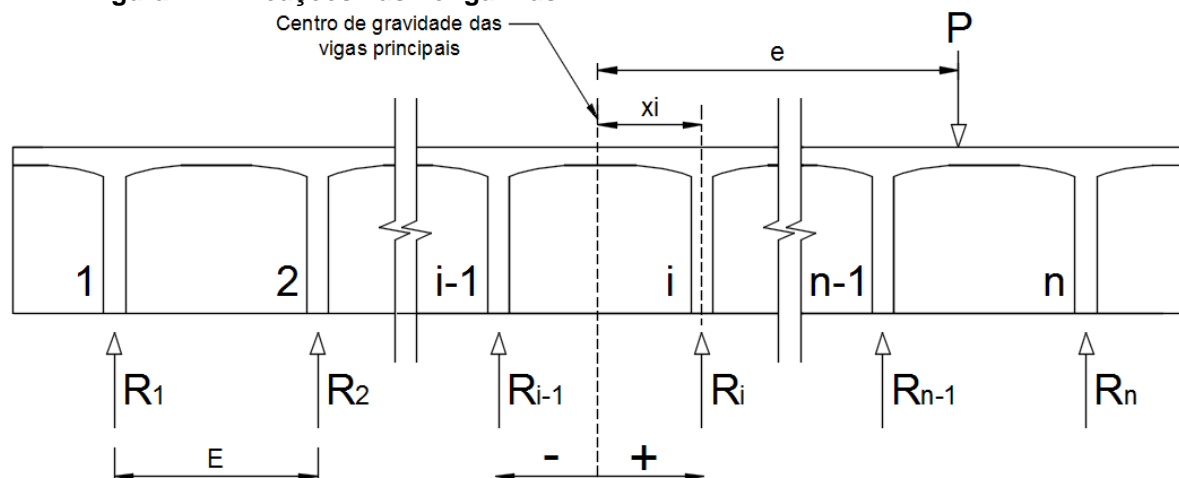
Figura 4-1 – Deformação da Estrutura.



FONTE: Autoria Própria.

Podem-se determinar, então, as reações em cada longarina, R_i , devido ao carregamento atuante no tabuleiro utilizando equilíbrio de forças. Para uma carga pontual P , aplicada com excentricidade e , em relação ao centro de gravidade das vigas principais, de inércia I , conforme Figura 4-2, a equação (7) fornece a reação em uma longarina i qualquer.

Figura 4-2 – Reações nas Longarinas.



FONTE: Autoria Própria.

$$R_i = P \cdot \frac{I_i}{\sum_1^n (I_j)} \cdot \left(1 \pm \frac{[\sum_1^n (I_j)] \cdot e \cdot x_i}{\sum_1^n (I_j \cdot x_j^2)} \right) \quad (7)$$

A equação (7) também pode ser utilizada para obter as linhas de influência (LI) para cada viga, desde que se aplique uma carga P unitária. Assim, se obtém a equação da reta cuja excentricidade e é a variável independente, e a cota da LI a dependente. O traçado da LI facilita a determinação da incidência das cargas no apoio analisado, cuja resultante concentrada é obtida pela multiplicação da respectiva cota da LI, e das distribuídas pela área da LI em que atua, caso o efeito seja desfavorável.

4.1.2 Leonhardt

No procedimento proposto por Leonhardt para a obtenção da LI de reações nas vigas principais da superestrutura, baseado em deformações elásticas, foram admitidas as seguintes hipóteses:

- Longarinas com momento de inércia constante em toda a sua extensão;
- Longarinas simplesmente apoiadas em suas extremidades;
- Todas as transversinas são representadas por uma única transversina fictícia, suposta flexível e simplesmente apoiada nos pontos médios das longarinas, as quais são paralelas e igualmente espaçadas;
- Desprezam-se os efeitos a torção das vigas.

Quando há mais de uma transversina, deve-se calcular uma inércia equivalente a transversina única, $\overline{I_{eq}}$, por meio da equação (8), o que equivale a majorar a inércia das transversinas, \bar{I} , pelo coeficiente numérico k , adotado conforme a Tabela 4-1.

$$\overline{I_{eq}} = k \cdot \bar{I} \quad (8)$$

Tabela 4-1 - Coeficiente numérico k para inércia equivalente a uma transversina central.

Nº de transversinas igualmente espaçadas	Coeficiente k
1 ou 2	1
3 ou 4	1,6
5 ou mais	2

Fonte: adaptado de SPERNAU (2012) e ANTÔNIO NETO (2015).

A inércia equivalente é utilizada no cálculo do grau de rigidez da grelha, ζ , conforme a Equação (9), a qual determina a eficiência do conjunto de transversinas na distribuição transversal dos carregamentos. Quanto maior o seu valor, maior é a rigidez dessas vigas e, portanto, a distribuição.

$$\zeta = \frac{\overline{I_{eq}}}{I} \cdot \left(\frac{L}{2\alpha}\right)^3 \quad (9)$$

Em que:

- I : inércia das longarinas;
- L : vão das longarinas, consideradas como simplesmente apoiadas;
- α : espaçamento entre os eixos das longarinas.

A partir do valor de ζ , pode-se obter os coeficientes de repartição transversal do tabuleiro, ou cotas da LI de reações de uma dada viga i em cada ponto de apoio. Leonhardt formulou diferentes tabelas em função do número de vigas principais.

Uma diferença básica entre Engesser-Courbon e Leonhardt é que, no segundo, a LI obtida não segue uma reta. Sua curvatura será mais acentuada quanto menor for a rigidez promovida pelas transversinas, de modo que haverá um efeito mais concentrado das cargas nos apoios próximos às suas regiões de incidência.

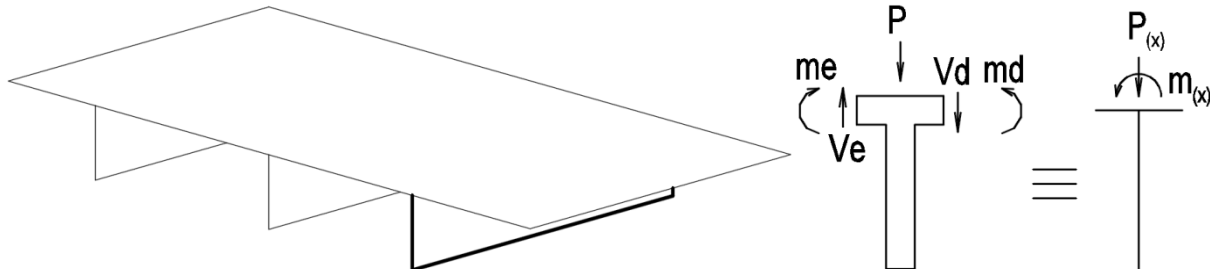
4.1.3 Fauchart

Diversos autores, tais como Stucchi (2006) e Moura et al. (2016), afirmam que em pontes com transversinas flexíveis ou em número reduzido, é incoerente considerar o tabuleiro como rígido e, portanto, não seria coerente utilizar o procedimento de Courbon. Desta forma, os mesmos propõem o emprego do procedimento de Fauchart nestes casos.

A fim de transformar o problema bidimensional em séries unidimensionais, adotam-se algumas hipóteses: o trabalho longitudinal das lajes é desconsiderado; as longarinas obedecem à hipótese das seções planas (hipótese de Navier), seguem a Lei de Hooke, são biapoiadas e têm inércia constante.

Na Figura 4-3 mostra-se um conjunto genérico do tabuleiro e, ao isolar uma longarina, apresentam-se os esforços $P(x)$ e $m(x)$ aplicados na mesma.

Figura 4-3 – Esquema da representação dos esforços solicitantes.



FONTE: Adaptado de STUCCHI (2006).

A partir das hipóteses de cálculo e da representação esquemática apresentada, pode-se afirmar que a viga longarina isolada deve obedecer à equação diferencial da linha elástica, dada pela equação (10).

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{-M(x)}{EI} \therefore \frac{d^4 y}{dx^4} = \frac{p(x)}{EI} \quad (10)$$

Onde y é o deslocamento da viga na posição x , $M(x)$ é o momento fletor, E é o módulo de elasticidade longitudinal, I é o momento de inércia e $p(x)$ a carga distribuída. A longarina também é regida pela equação diferencial da torção, conforme a equação (11), na qual θ é o ângulo de torção na posição x , T o momento de torção desse ponto, G o módulo de elasticidade transversal, J a constante de torção da seção transversal e $m(x)$ o momento de torção distribuído ao longo da viga.

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{T}{GJ} \therefore \frac{d^2 \theta}{dx^2} = \frac{m(x)}{GJ} \quad (11)$$

Estas equações diferenciais podem ser transformadas em algébricas a partir da utilização de séries de Fourier. Stucchi (2006) apresenta o desenvolvimento destas séries, obtendo as equações (12) a (15).

$$y_i = \sum_{j=1}^n y_{ij} \cdot \text{sen} \left(j \cdot \frac{\pi \cdot x}{l} \right) \quad (12)$$

$$p(x)_i = \sum_{j=1}^n p_{ij} \cdot \text{sen} \left(j \cdot \frac{\pi \cdot x}{l} \right) \quad (13)$$

$$\theta_i = \sum_{j=1}^n \theta_{ij} \cdot \text{sen} \left(j \cdot \frac{\pi \cdot x}{l} \right) \quad (14)$$

$$m(x)_i = \sum_{j=1}^n m_{ij} \cdot \text{sen} \left(j \cdot \frac{\pi \cdot x}{l} \right) \quad (15)$$

O índice i representa o número da viga, enquanto j é o número do termo da série. Derivando (12) até a quarta ordem e (14) até a segunda, introduzindo-as, com as demais séries, nas equações (10) e (11), pode-se obter para cada termo j :

$$EI_i \cdot \left(\frac{j \cdot \pi}{l} \right)^4 \cdot (y_{ij}) = p_{ij} \text{ ou } p_{ij} = k_{vij} \cdot (y_{ij}) \quad (16)$$

$$GJ_i \cdot \left(\frac{j \cdot \pi}{l} \right)^2 \cdot (\theta_{ij}) = m_{ij} \text{ ou } m_{ij} = k_{tij} \cdot (\theta_{ij}) \quad (17)$$

Por conseguinte, as constantes de mola para o deslocamento vertical e para a rotação da viga valem, respectivamente:

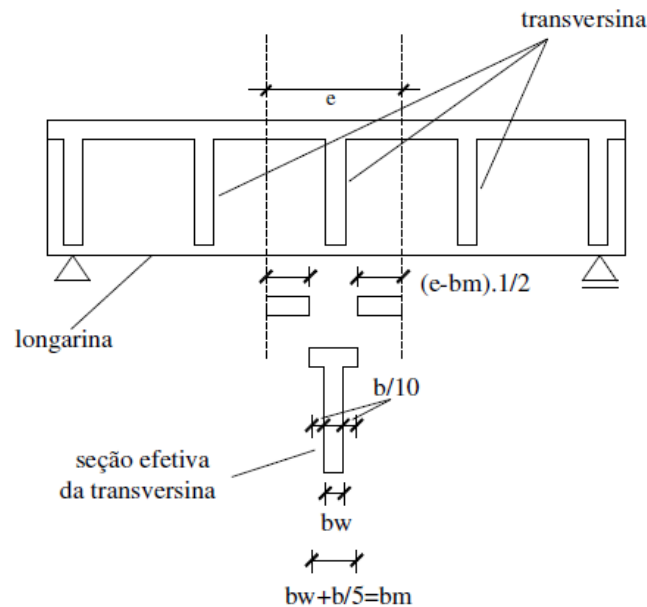
$$k_{vij} = EI_i \cdot \left(\frac{j \cdot \pi}{l} \right)^4 \quad (18)$$

$$k_{tij} = GJ_i \cdot \left(\frac{j \cdot \pi}{l} \right)^2 \quad (19)$$

O problema da distribuição transversal do carregamento se reduz a solução de uma faixa unitária de laje, na qual as vigas longarinas são substituídas por apoios flexíveis, cujas constantes são calculadas a partir das equações (18) e (19). Uma solução rigorosa exige a resolução desta faixa para todos os termos da série, para então somar os resultados, porém tanto Stucchi (2006) quanto Moura et al. (2016) afirmam que a solução para o primeiro termo já fornece bons resultados.

Stucchi (2006), também demonstra uma extensão da solução para grelhas com transversinas flexíveis (Figura 4-4), na qual basta definir uma laje de rigidez equivalente ao conjunto laje + transversinas, conforme equação (20).

Figura 4-4 - Ponte em grelha com transversinas flexíveis.



FONTE: Adaptado de STUCCHI (2006).

$$I_{laje\ equivalente} = \frac{I_{transversina} + I_{laje} \cdot (e_{transversinas} + bm_{transversina})}{e_{transversinas}} \quad (20)$$

4.2 MÉTODOS COMPUTACIONAIS

Com o aparecimento dos computadores, novos métodos de análise foram propostos, até então inviáveis devido ao elevado número de cálculos necessários. Destacam-se a Analogia de Grelha e o Método dos Elementos Finitos.

4.2.1 Método da Rigidez

O método da rigidez, ou método dos deslocamentos, é utilizado para a análise de estruturas reticuladas, em que um sistema de equações é formado pela rigidez dos elementos, tendo os deslocamentos dos respectivos nós como incógnitas, os quais são relacionados com as cargas atuantes na estrutura, conforme equação (21).

$$\{F\} = [K].\{\delta\} \quad (21)$$

Em que F é o vetor de cargas externas, K é a matriz de rigidez da estrutura e δ é o vetor de deslocamentos dos nós.

A resolução deste sistema fornece o vetor de deslocamentos dos nós da estrutura, a partir do qual se determina os esforços nos elementos. O procedimento matricial para a análise da estrutura pode ser resumido nos seguintes passos:

- a) Elaboração do modelo: Discretização da estrutura em barras de dimensão finita, com propriedades físicas e geométricas, vinculação e carregamentos conhecidos;
- b) A partir do problema em questão, especificar os tipos de deformação a serem consideradas na análise e os graus de liberdade da estrutura;
- c) Localização e numeração dos nós, definição da incidência e numeração das barras;
- d) Cálculo da matriz de rigidez no sistema local, $[k]$, para todas as barras da estrutura, transformação para o sistema de coordenadas globais e montagem da matriz de rigidez global da estrutura, $[K]$;
- e) Determinação do vetor de esforços nos nós e de esforços de imobilização dos nós devido aos carregamentos aplicados nas barras, $\{F\} - \{F_0\}$;
- f) Imposição das condições de contorno e resolução do sistema de equações dado pela equação (22):

$$\{\delta\} = [K]^{-1}.(\{F\} - \{F_0\}) \quad (22)$$

- g) Determinação dos esforços de extremidade de cada barra, conforme equação (23):

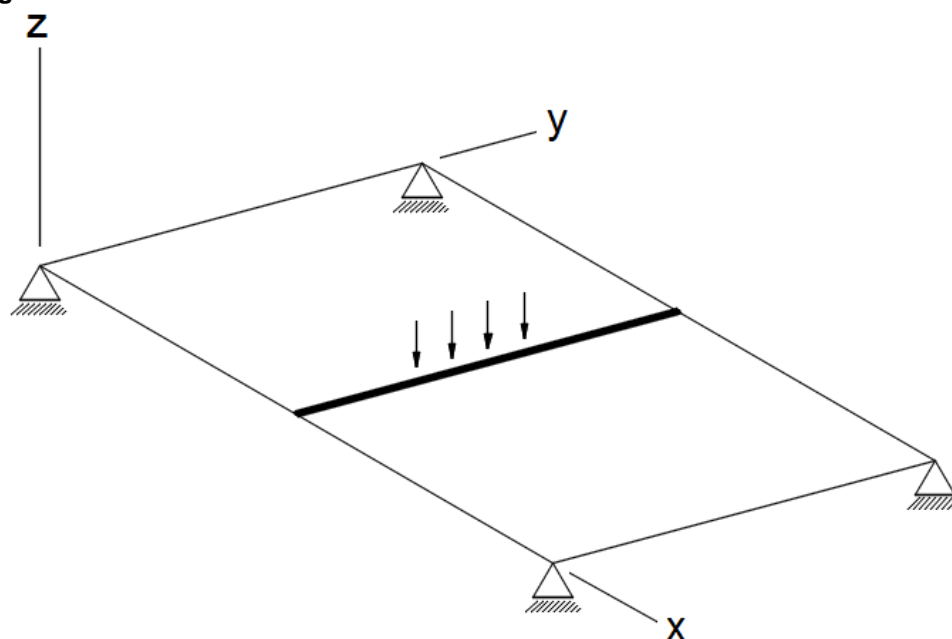
$$\{S\} - \{S_0\} = [r].\{d\} \quad (23)$$

Em que $\{S\}$ é o vetor de esforços nas extremidades da barra, $\{S_0\}$ o vetor de esforços de mobilização dos nós na extremidade da barra, $[r]$ é a matriz de rigidez do elemento e $\{d\}$ o vetor de deslocamentos dos nós da barra.

4.2.2 Grelhas Planas

Uma estrutura de grelha é caracterizada por possuir todas as barras em um mesmo plano e ligadas de forma rígida por nós, de forma análoga a um pórtico plano. Entretanto, ao contrário deste, as cargas da grelha atuam em uma direção normal (eixo Z) ao plano da mesma (X-Y), enquanto os momentos de flexão e torção têm seus vetores neste plano, conforme representado na Figura 4-5.

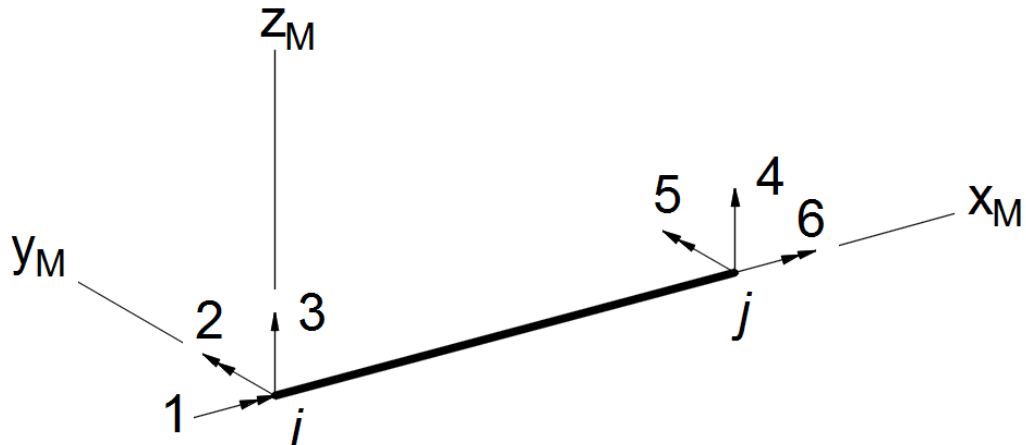
Figura 4-5 – Grelha Plana.



FONTE: Adaptado de COELHO (2000).

Além do sistema de eixos globais, cada barra da grelha é também representada por um sistema de coordenadas locais, x_M , y_M e z_M . A direção do eixo x_M coincide com o eixo da barra e é orientado do nó inicial, i, para o nó final, j. O eixo z_M é perpendicular ao plano da grelha e com sentido para cima, enquanto o eixo y_M é orientado perpendicular ao plano formado por x_M e z_M . Em relação aos graus de liberdade de cada nó, restringem-se a uma translação, na direção z_M , e duas rotações, nas direções x_M e y_M , conforme pode ser visualizado na Figura 4-6.

Figura 4-6 – Eixos de coordenadas locais e graus de liberdade de uma barra de grelha.



FONTE: Autoria Própria.

A fim de obter a matriz de rigidez $[r_G]$ de uma barra de grelha, devem-se aplicar deslocamentos unitários nas extremidades da mesma, relativos ao eixo local, mantendo-a totalmente restringida. As reações necessárias para manter o equilíbrio são os termos da matriz de rigidez. Em que cada coluna j é um vetor de cargas que deve ser aplicado para obter o deslocamento unitário no grau de liberdade j enquanto os demais são nulos. Essa matriz de rigidez foi representada na equação (24).

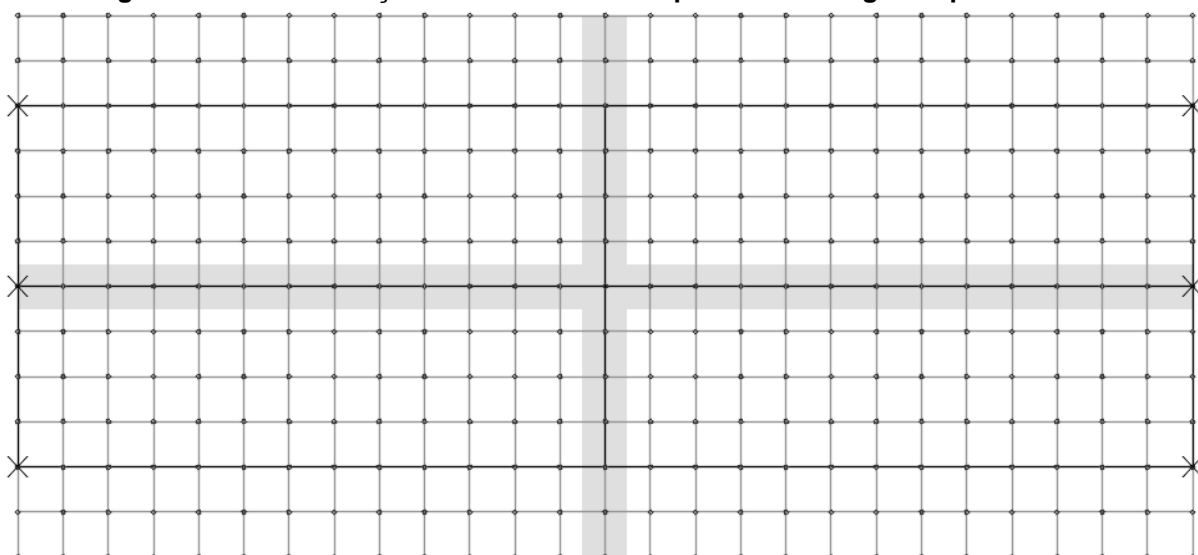
$$[r_G] = \begin{bmatrix} \frac{G \cdot J_p}{L} & 0 & 0 & -\frac{G \cdot J_p}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4 \cdot E \cdot I}{L} & -\frac{6 \cdot E \cdot I}{L^2} & 0 & \frac{2 \cdot E \cdot I}{L} & \frac{6 \cdot E \cdot I}{L^2} \\ 0 & -\frac{6 \cdot E \cdot I}{L^2} & \frac{12 \cdot E \cdot I}{L^3} & 0 & -\frac{6 \cdot E \cdot I}{L^2} & \frac{12 \cdot E \cdot I}{L^3} \\ -\frac{G \cdot J_p}{L} & 0 & 0 & \frac{G \cdot J_p}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2 \cdot E \cdot I}{L} & -\frac{6 \cdot E \cdot I}{L^2} & 0 & \frac{4 \cdot E \cdot I}{L} & \frac{6 \cdot E \cdot I}{L^2} \\ 0 & \frac{6 \cdot E \cdot I}{L^2} & -\frac{12 \cdot E \cdot I}{L^3} & 0 & \frac{6 \cdot E \cdot I}{L^2} & \frac{12 \cdot E \cdot I}{L^3} \end{bmatrix} \quad (24)$$

Em que E e G são, respectivamente, os módulos de elasticidade longitudinal e transversal, I e J_p são, consecutivamente, os momentos de inércia à flexão e à torção, e L é o comprimento da barra.

4.2.3 Analogia de Grelha

A Analogia de Grelha é um procedimento utilizado para modelar placas por meio de elementos de barra que se cruzam ortogonalmente, no qual as rigidezes à torção e flexão são assumidas como concentradas nos feixes de barra da grelha. Para analisar a placa, deve-se discretizá-la em uma série de faixas com determinada largura, as quais são substituídas por elementos estruturais de barras que passam nos seus eixos, cujo resultado é uma grelha plana. Portanto, este modelo é análogo a um conjunto de vigas individuais interconectadas em seus nós, conforme representado na Figura 4-7.

Figura 4-7 – Discretização de um tabuleiro de ponte em uma grelha plana.



FONTE: Autoria Própria.

Park & Gamble (1980) consideram que “a substituição de uma laje por vigas por uma série de vigas que se cruzam é, provavelmente, o mais antigo dos procedimentos”. Contudo, o procedimento de análise por meio de grelhas planas equivalentes apenas se tornou viável com o advento de ferramentas computacionais.

Com relação ao uso da Analogia de Grelha para a análise de tabuleiros de pontes, Hambly (1991) afirma que este é um dos métodos mais utilizados por ser de fácil compreensão e baixo custo computacional, além de permitir a obtenção de resultados satisfatórios para uma grande variedade de tabuleiros.

4.2.3.1 Modelagem da Grelha

A fim de que o modelo de analogia de grelha represente o comportamento do tabuleiro da ponte de forma adequada, em relação aos esforços internos e deformações, é essencial atender a algumas recomendações. Hambly (1991) indica que:

- a) As barras sejam paralelas aos elementos de borda;
- b) O espaçamento entre as barras seja menor do que $\frac{1}{4}$ do vão e o suficiente para apresentar uma distribuição satisfatória dos esforços nos elementos;
- c) Os elementos longitudinais e transversais sejam perpendiculares entre si e com espaçamentos semelhantes, para proporcionar uma melhor distribuição dos esforços;
- d) O carregamento atuante no tabuleiro seja concentrado nos elementos da grelha.

Além destas recomendações feitas por Hambly (1991), outro fator importante é o efeito da excentricidade existente entre o centro de gravidade da laje e das vigas. Entretanto, de acordo com Klinsky (1999), este pode ser desconsiderado ao utilizar-se a inércia de seção T para as vigas, com a consideração da respectiva largura colaborante da laje. Deste modo, é admissível supor que os centros de gravidade das vigas e da laje estejam situados em um mesmo plano.

4.2.3.2 Propriedades físicas e geométricas

O modelo de Analogia de Grelha implica em discretizar o tabuleiro em faixas, cujas características de rigidez a torção e a flexão são assumidas como concentradas nas barras de grelha mais próximas. A seguir serão descritas as considerações feitas para definir estas características das barras das grelhas.

- a) Rigidez à flexão das barras.

Cada barra representa uma certa faixa da laje do tabuleiro, com altura igual à espessura desta e largura de acordo com o espaçamento da malha, de modo que o momento de inércia à flexão é dado de acordo com a equação (25).

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12} \quad (25)$$

Em que,

b: largura da barra da grelha, equivalente ao espaçamento da malha;

h: altura da barra da grelha, igual a espessura da laje do tabuleiro.

b) Rigidez à torção das barras da grelha.

A rigidez a torção das barras da grelha é dependente do fator $G \cdot J_p$, composto pelo módulo de elasticidade transversal do material (G) e pelo momento de inércia à torção da seção transversal (J_p). Para materiais homogêneos e isotrópicos, o módulo de elasticidade transversal é dado pela equação (26).

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} \quad (26)$$

De acordo com a NBR 6118 (2014), o coeficiente de Poisson (ν) para o concreto armado é igual a 0,2.

Com relação ao momento de inércia à torção das barras da grelha (J_p), Coelho (2000) demonstrou que a utilização das equações da resistência dos materiais não fornece resultados adequados para modelos de Analogia de Grelha, principalmente em malhas pouco espaçadas, dado que a rigidez a torção é proporcional ao cubo da menor dimensão da barra. O mesmo autor sugere, como alternativa para contornar este problema, a adoção de um momento de inércia à torção diretamente proporcional ao momento de inércia à flexão. Tanto Montoya (1973) quanto Hambly (1991)

sugerem que a inércia à torção seja considerada como o dobro da inércia à flexão, recomendação que será adotada neste trabalho, conforme equação (27).

$$J_p = 2.I = \frac{b \cdot h^3}{6} \quad (27)$$

c) Efeito da excentricidade entre o centro de gravidade das vigas e lajes.

Uma das possíveis formas de se considerar o efeito da excentricidade entre o centro de gravidade dos elementos estruturais do tabuleiro é modelar cada elemento de barra no plano correspondente ao respectivo centro de gravidade, e então conectar os nós de mesmas coordenadas x e y por meio de “joint links”. Estes elementos conectam dois nós, separados por uma distância “ L ”, de modo que todos os seis graus de liberdade de deformações apresentem o mesmo deslocamento.

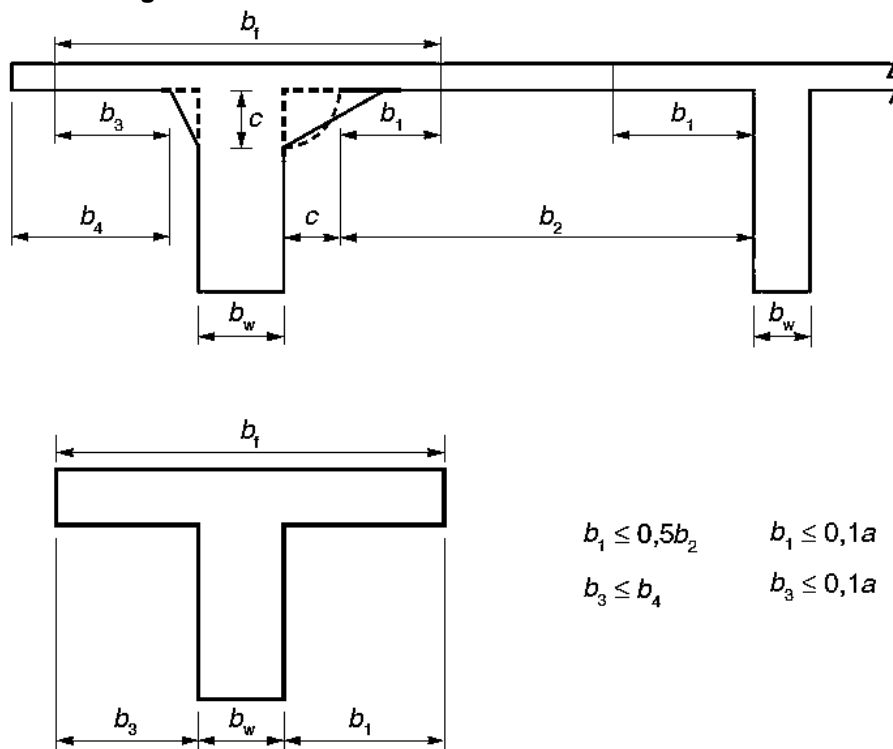
No entanto, este artifício de modelagem tende a incluir várias complicações na análise e pode introduzir erros consideráveis caso não utilizado de forma adequada. Desta forma, um procedimento simplificado para considerar esta excentricidade, mas recomendado por vários autores (e.g., KLINSKY, 1999; SOUZA, 2015), é utilizar a inércia a flexão de uma seção T que seja equivalente à viga e a uma certa largura colaborante da laje.

A NBR 6118 (2014) estabelece que “a largura colaborante b_f deve ser dada pela largura da viga b_w acrescida de no máximo 10% da distância a entre pontos de momento fletor nulo, para cada lado da viga em que haja laje colaborante”. Essa distância a pode ser verificada a partir dos diagramas de momento fletor da estrutura ou, de forma alternativa, a referida Norma permite estimá-la em função do comprimento l do tramo considerado, conforme:

- Viga simplesmente apoiada: $a = 1,00 l$;
- Tramo com momento em uma só extremidade: $a = 0,75 l$;
- Tramo com momento nas duas extremidades: $a = 0,60 l$;
- Tramo em balanço: $a = 2,00 l$;

Também devem ser respeitados os limites b_1 e b_3 , conforme Figura 4-8.

Figura 4-8 – Largura da mesa colaborante.



FONTE: NBR 6118, 2014, p.88.

4.2.4 Método dos Elementos Finitos

Apesar de ter sido proposto por alguns autores anteriormente, o Método dos Elementos Finitos (MEF) se desenvolveu de modo efetivo a partir da década de 1950 pela indústria aeroespacial, com destaque à Companhia Aérea Boeing e à Bell Aeroespacial. É importante destacar que este desenvolvimento coincidiu com grandes avanços na área computacional e de linguagens de programação. Inicialmente proposto como um método de análise de tensões em estruturas, hoje pode ser aplicado para resolver problemas de transferência de calor, escoamento de fluidos, campos elétricos e magnéticos, dentre outros. (COOK, MALKUS e PLESHA, 1989)

O Método dos Elementos Finitos é um procedimento numérico utilizado para obter soluções aproximadas de problemas regidos por uma ou mais equações diferenciais. Neste, uma dada função de aproximação é formada a partir da conexão de funções simples, válidas em um pequeno domínio (elemento), de modo a se obter

um sistema de equações algébricas que representem de forma aproximada o problema original (ALVES, ALMEIDA e JUDICE, 2004; COOK, MALKUS e PLESHA, 1989).

A principal característica deste método é se basear no estudo de um conjunto de elementos finitos, a partir dos quais todo o domínio do problema possa ser representado (ALVES, ALMEIDA e JUDICE, 2004). Um elemento finito pode ser definido como uma região no espaço em que a função de aproximação é interpolada, a partir de valores nodais na região de contorno, de uma forma em que a continuidade entre elementos seja mantida. A exatidão do resultado tende a aumentar quanto mais refinada for a malha, isto é, conforme mais elementos forem utilizados (COOK, MALKUS e PLESHA, 1989).

De acordo com Cook, Malkus e Plesha (1989), uma análise em Elementos Finitos envolve, de forma geral, os seguintes passos:

- a) Discretização da estrutura em elementos finitos, a qual pode ser feita de forma automática, com a geração das malhas;
- b) Formulação das propriedades de cada elemento, com o desenvolvimento das equações que regem o comportamento destes, de acordo com os estados de deformação permitidos;
- c) Montagem dos elementos a fim de obter o modelo de elementos finitos da estrutura;
- d) Aplicação dos carregamentos conhecidos;
- e) Especificar como a estrutura é suportada, isto é, definição dos deslocamentos dos nós previamente conhecidos;
- f) Resolução simultânea das equações lineares algébricas a fim de determinar os graus de liberdade dos nós, ou seja, seus respectivos deslocamentos;
- g) Realizar o pós-processamento, o qual inclui o cálculo das tensões nos elementos a partir de interpolação do campo de deslocamentos dos elementos e, em seguida, dos esforços a partir das tensões obtidas.

4.2.4.1 Modelagem com Método dos Elementos Finitos

Na modelagem de estruturas por Elementos Finitos, uma etapa essencial é definir o tipo de elemento a ser utilizado, de modo que este seja adequado para representar o comportamento da estrutura em questão. Além disso, deve-se garantir que, durante o processo de subdivisão do meio contínuo em elementos, estes sejam unidos entre si pelos respectivos nós, de modo a se assegurar a compatibilidade de deslocamentos. Outra consideração importante é o fato de elementos com formato compacto e regular apresentarem resultados melhores do que aqueles alongados ou com ângulos muito distintos entre si.

De modo geral, a bibliografia costuma classificar os elementos em três categorias básicas:

- a) Elementos lineares: São os elementos de barra, cuja principal característica é possuir uma dimensão muito superior às outras duas. Podem representar uma grande variedade de estruturas, por meio de ligações rígidas, semirrígidas ou articuladas.
- b) Elementos laminares: Apresentam duas dimensões de mesma ordem de grandeza, mas muito superiores à terceira. Também podem ser divididos em elementos planos ou curvos.
- c) Elementos tridimensionais: Possuem as três dimensões de mesma ordem de grandeza. A análise destas estruturas costuma ser muito mais complexa do que para os demais tipos de elementos.

Segundo Cook, Malkus e Plesha (1989), a fim de elaborar um modelo satisfatório em Elementos Finitos, deve-se ter um bom entendimento das limitações da teoria aplicada, do comportamento físico e das condições de contorno da estrutura real. Também é preciso compreender as características dos vários elementos, as opções e as limitações do programa utilizado.

Os autores supracitados ressaltam que a falta de conhecimentos pode resultar em modelos que falham em refletir características importantes da estrutura real, com detalhamento excessivo e irrelevante para o problema, soluções baseadas em

carregamentos e condições de apoio inapropriadas, além de um excesso de resultados computacionais que não são examinados e questionados de modo adequado. Além disso, os mesmos fazem ressalvas de que geradores automáticos de malhas tornam muito fácil exagerar no refinamento; pós-processamentos gráficos poderosos podem suavizar discontinuidades de tensões que deveriam indicar uma necessidade de maior refinamento local, e também podem esconder resultados questionáveis devido a exibição atraente dos resultados. Deste modo, concluem que muitas análises em Elementos Finitos são tão falhas que se tornam inúteis.

Os autores também fornecem algumas indicações gerais sobre a modelagem em segundo o MEF. Citam, por exemplo, que elementos podem funcionar bem em algumas situações, mas serem ruins em outras. O engenheiro deve ser capaz, portanto, de entender o comportamento destes em diferentes situações e também o comportamento físico do problema. Outra sugestão é iniciar por modelos simplificados, tais como os de barras, visto que são simples de preparar, rápidos para analisar e fornecem resultados aproximados, os quais podem ser utilizados como referência para os modelos mais complexos. Por fim, destacam a necessidade de checar a auto-consistência dos resultados, analisando, por exemplo, se as condições de contorno foram atendidas e se a ordem de grandeza dos resultados é coerente.

Com relação à modelagem em Elementos Finitos de tabuleiros de pontes em grelha em um programa comercial, tal como o SAP2000, pode-se utilizar elementos de barra para representar as longarinas e transversinas e elementos planos para a laje do tabuleiro. Outras alternativas são modelar as vigas também com elementos planos ou modelar o tabuleiro todo com elementos tridimensionais. A escolha do tipo de elemento deve-se pautar, conforme supracitado, na experiência e conhecimentos do engenheiro.

5 MATERIAIS E MÉTODOS

A primeira etapa de qualquer projeto de estruturas deve ser a concepção estrutural, na qual se define desde materiais até o “lançamento” da estrutura. Em seguida, define-se um modelo e parte-se para a análise da estrutura, a partir da qual serão obtidos os esforços solicitantes. Neste trabalho, o enfoque será a comparação de diferentes metodologias para realizar esta etapa em tabuleiros de pontes em grelha. De modo mais específico, busca-se, por meio de estudos de caso em pontes biapoiadas, com e sem balanço, obter e analisar as envoltórias de esforços solicitantes provenientes das cargas permanentes e móveis previstas em norma.

Estudou-se separadamente o efeito das cargas móveis nos tabuleiros, uma vez que estes apresentam maior efeito de grelha. Os carregamentos permanentes, principalmente os de peso próprio dos elementos estruturais e não estruturais, tendem a possuir uma distribuição mais uniforme, de modo que não apresentam grandes variações com a mudança da rigidez transversal do tabuleiro. Optou-se, então, por primeiro analisar de modo isolado o efeito do trem-tipo, da multidão e dos carregamentos permanentes, e, por fim, o resultado combinado.

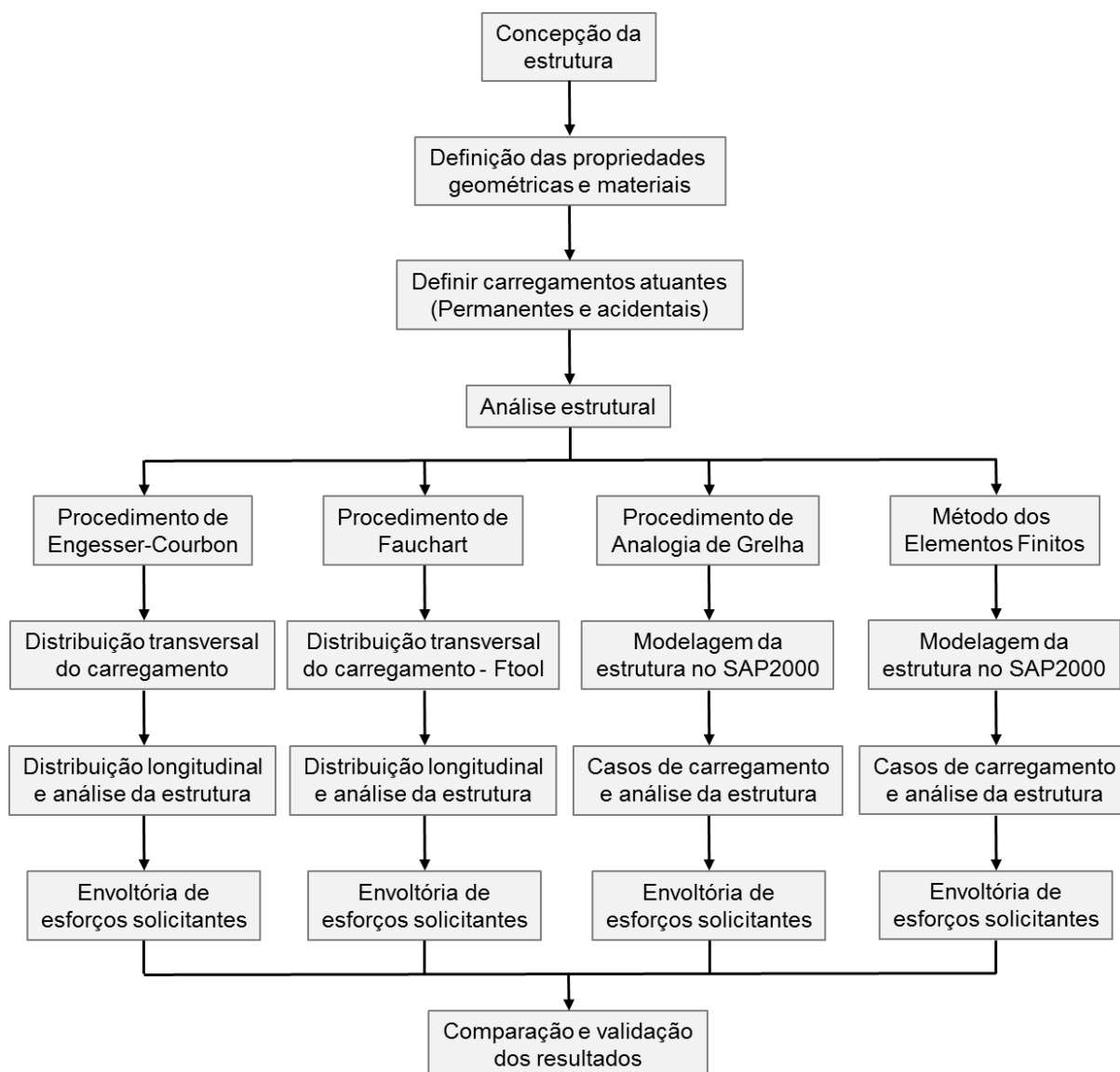
O estudo de caso será iniciado com a aplicação dos modelos clássicos de análise de tabuleiros, pois, apesar de possuírem simplificações, foram amplamente utilizados antes do advento dos procedimentos computacionais. Por serem simples, permitem maior controle nos dados de entrada e segurança sobre os resultados e, por terem sido testados na prática inúmeras vezes, possibilitam estabelecer uma ordem de grandeza esperada para os resultados pelos demais procedimentos.

Em seguida, estudar-se-á o modelo de grelhas, por ser um procedimento computacional relativamente simples de ser modelado e analisado, além de capaz de reproduzir os principais efeitos da estrutura real. A fim de obter-se os esforços atuantes em cada elemento da grelha, será utilizado o *software* SAP2000, um programa de elementos finitos capaz de realizar a análise estrutural de vários problemas da engenharia de estruturas. Este foi escolhido devido a sua ampla utilização em escritórios de engenharia, e também com o propósito de verificar possíveis complicações que um modelo mais sofisticado venha a introduzir na análise.

Por fim, será feita a análise e comparação dos resultados obtidos por todas as metodologias aplicadas, de forma a verificar as vantagens e desvantagens de cada uma, obter conclusões sobre o assunto e também indicar possíveis melhorias e continuações a este trabalho de conclusão de curso.

O fluxograma desse processo encontra-se na Figura 5-1.

Figura 5-1 – Fluxograma para a análise estrutural do tabuleiro de pontes em grelha.

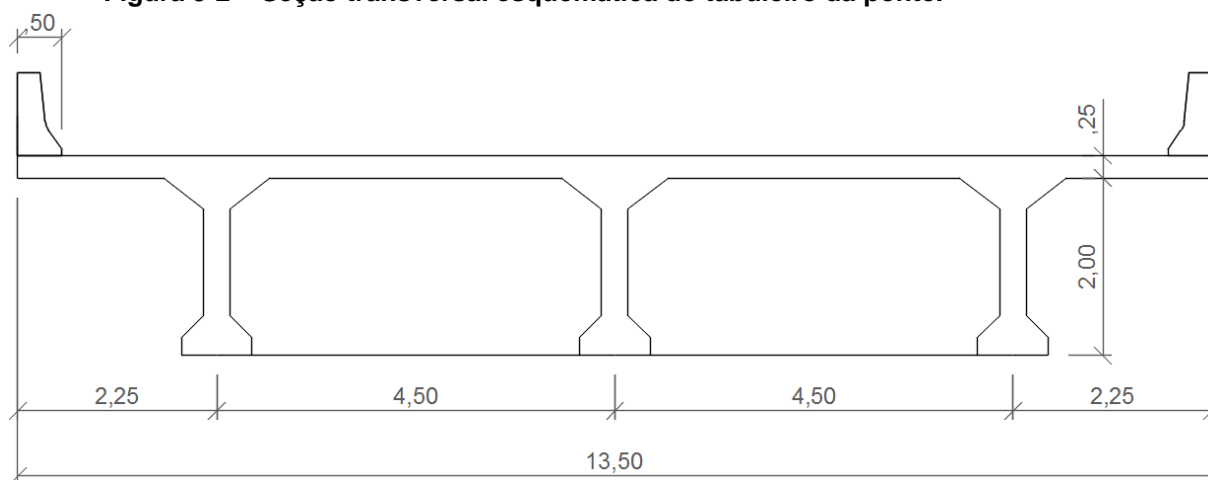


Fonte: Autoria própria.

5.1 GEOMETRIA E MATERIAIS

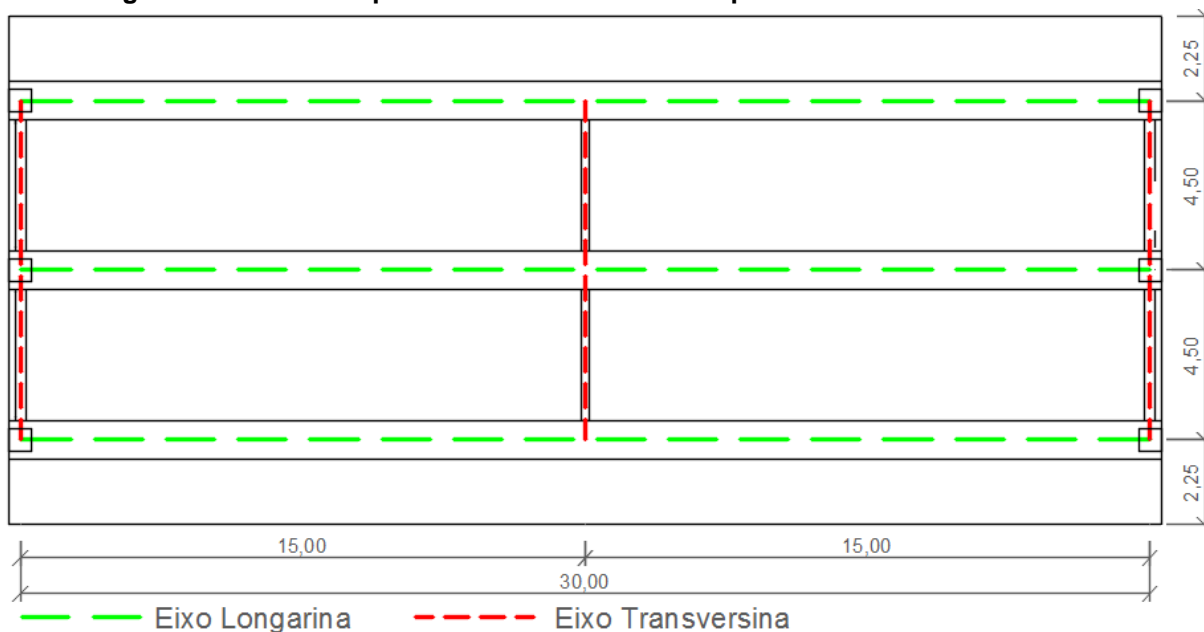
Os estudos de caso serão feitos para pontes em grelha, com longarinas de seção “duplo T” com mísulas, apoiadas nas duas extremidades por meio de aparelhos de apoio, considerados como rótulas. As pontes terão transversinas de seção retangular em ambos os apoios, além de um número variável de transversinas intermediárias. Em todas as vigas será considerada a largura colaborante da laje, a fim de considerar o efeito da excentricidade entre os elementos estruturais. Com relação à laje do tabuleiro, esta será maciça com espessura constante de 25,0 cm. Um corte esquemático do tabuleiro da ponte foi representado na Figura 5-2, enquanto uma vista em planta do modelo com vão de 30,0 m, três longarinas, uma transversina intermediária e sem balanços foi retratada na Figura 5-3. As seções transversais dos elementos estruturais foram as mesmas para todos os modelos, com variação apenas na largura da mesa colaborante, conforme Figura 5-4.

Figura 5-2 – Seção transversal esquemática do tabuleiro da ponte.

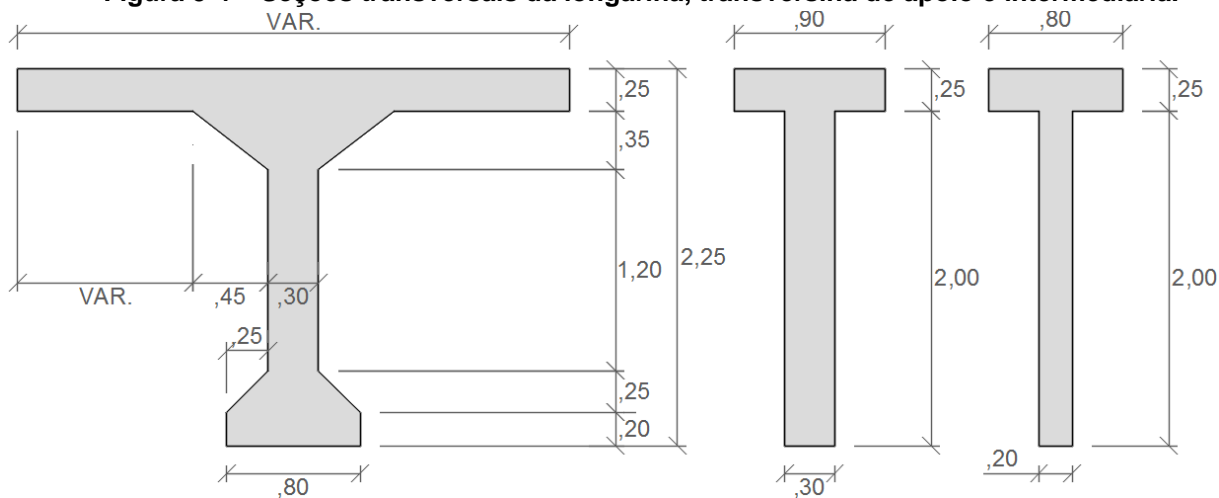


Fonte: Autoria própria.

Acerca do gabarito da rodovia, supôs-se, para a definição da seção transversal padrão, a necessidade de duas faixas de largura de 3,60 m e dois acostamentos com 2,65 m, os quais, somados às duas barreiras do tipo New Jersey de 0,50 m cada, totalizaram os 13,50 m previstos.

Figura 5-3 – Vista em planta do modelo básico de ponte analisado.

Fonte: Autoria própria.

Figura 5-4 – Seções transversais da longarina, transversina de apoio e intermediária.

Fonte: Autoria própria.

Com relação aos materiais da ponte, considerou-se que todos os elementos estruturais serão de concreto classe C35, com módulo de elasticidade secante de 29,0 GPa, conforme indicado pela NBR 6118 (2014). O coeficiente de Poisson ν utilizado foi de 0,2, de modo que o módulo de elasticidade transversal equivale a 12,8 GPa. Esta Norma também indica, no item 14.6.6.2, que se pode reduzir a inércia à torção das vigas devido à fissuração, utilizando-se 15 % da rigidez elástica para elementos

de concreto armado, enquanto para protensão limitada ou completa não é recomendado reduzir a rigidez elástica devido à inexistência de fissuração do concreto.

Serão feitas alterações na geometria e materiais dos elementos da ponte a fim de analisar a influência destes para a distribuição dos esforços solicitantes na ponte. Variar-se-ão o número de transversinas, a rigidez à torção (referente ao concreto armado ou protendido) e também o vão central da ponte. A Tabela 5-1 sintetiza o estudo de caso realizado neste trabalho de conclusão de curso.

Tabela 5-1 – Resumo dos casos analisados.

Estudo de caso				
Modelo	Nº Longarinas	Nº Transversinas	Rigidez_Torção	Vão Central
3L 1T CA 30m	3	1	15%	30,0 m
3L 0T CA 30m	3	0	15%	30,0 m
3L 3T CA 30m	3	3	15%	30,0 m
3L 1T CP 30m	3	1	100%	30,0 m
3L 1T CA 15m	3	1	15%	15,0 m

Fonte: Autoria própria.

5.2 CARREGAMENTOS

As análises serão feitas separadamente para os carregamentos permanentes e os acidentais do trem-tipo TB-450 e de multidão, uma vez que, por serem considerados apenas nas situações desfavoráveis, o efeito de grelha tende a ser mais pronunciado para estes. A distribuição dos carregamentos permanentes, por exemplo, é mais uniforme ao longo do tabuleiro, de modo que não aparecem diferenças significativas entre as longarinas. Desta forma, a consideração simultânea destas ações poderia dificultar a visualização de particularidades da distribuição dos esforços solicitantes e prejudicar as conclusões.

Os carregamentos permanentes considerados incluem o peso próprio das longarinas e das transversinas sem a largura colaborante da laje, peso próprio da laje de tabuleiro, das barreiras de concreto armado, do revestimento e recapeamento das pistas. Estes foram resumidos na Tabela 5-2, com seus respectivos valores característicos.

Tabela 5-2 – Carregamentos permanentes.

Elemento	Características		
	A (m²)	γ (kN/m³)	pp (kN/m)
Longarina	0,92	25,0	23,00
Transversina int.	0,6	25,0	15,00
Transversina apoio	0,4	25,0	10,00
Barreira	0,3157	25,0	7,89
	h (m)	γ (kN/m³)	pp (kN/m²)
Laje	0,25	25,0	6,25
Revestimento	0,05	22,0	1,10
Recapeamento	0,050	22,0	1,10

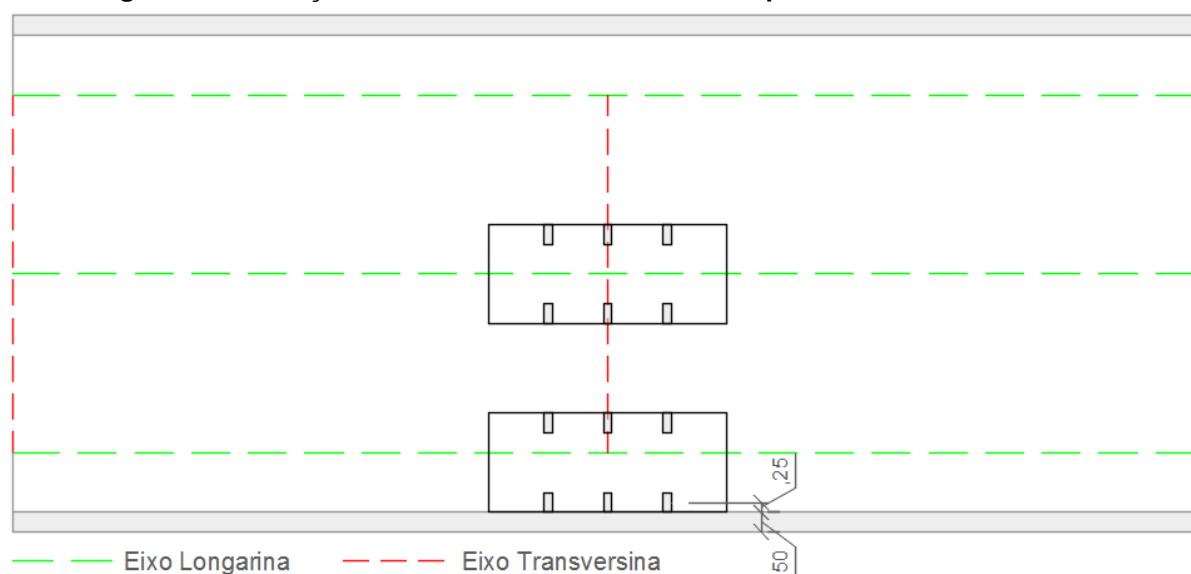
Fonte: Autoria própria.

É importante destacar que o centro de gravidade da barreira não coincide com nenhuma barra da grelha; assim, aplicou-se cargas concentradas verticais e de momento fletor nos nós das barras mais próximas, de forma que o efeito de ambos fossem estaticamente equivalentes.

Acerca das cargas móveis, será utilizado o trem-tipo homogeneizado, conforme apresentado no item 3.2.1, visto que esta é uma hipótese de cálculo razoável para as longarinas de pontes de média/grande extensão. Esta decisão, além de não impactar de forma significativa nos resultados, facilita muito a etapa de análise estrutural.

Por se tratar de uma análise comparativa entre diferentes métodos e modelos, as ações serão consideradas com seus valores característicos. Entretanto, serão aplicados os coeficientes de impacto vertical (CIV), adicional (CIA) e de número de faixas (CNF), visto que, ao contrário dos coeficientes de majoração das combinações de ações, estes apresentam variações entre os diferentes modelos e também em função da posição do carregamento no tabuleiro.

Com relação à posição crítica para o carregamento do trem-tipo, verificou-se que, para as vigas externas, é o mais próximo possível da barreira, conforme Figura 5-5. Para a longarina interna, testou-se diferentes possibilidades e se constatou que, em todos os modelos, a pior situação é com o veículo exatamente sobre o eixo da longarina (Figura 5-5). Em tabuleiros com menor rigidez transversal, outra possibilidade para a viga central seria com três das seis rodas sobre seu eixo.

Figura 5-5 – Posições transversais críticas do trem-tipo.

Fonte: Autoria própria.

Uma vez que o trem-tipo pode atuar em uma posição qualquer no tabuleiro, seria necessário calcular linhas de influência de esforços para cada posição transversal crítica do trem-tipo. Entretanto, o software SAP2000 possui o comando “*paths*”, em que se define um caminho a ser percorrido por um trem-tipo linear e o programa calcula a envoltória dos diagramas de esforços deste trajeto.

Criou-se um “*path*” para cada posição em que passam o eixo das rodas do trem-tipo, combinando os dois caminhos de um veículo por meio de um caso de carregamento. Devido ao coeficiente de impacto adicional atuar apenas na região à 5,00 m das extremidades da ponte, foi necessário definir caminhos parciais para estas regiões. Em seguida, fez-se uma envoltória para os esforços solicitantes devido ao caminho principal e os parciais.

Para o carregamento de multidão, é necessário definir qual a faixa do tabuleiro em que este é desfavorável para cada viga. Nas análises pelos procedimentos de Engesser-Courbon e Fauchart, basta carregar a parcela do tabuleiro correspondente ao trecho positivo da linha de influência de reações de cada longarina.

Nos procedimentos numéricos, contudo, não se tem uma linha de influência de reações transversal. De sorte que não é possível saber previamente qual seria a região desfavorável do tabuleiro, nem se esta seria constante no sentido longitudinal. Foi preciso fazer, portanto, um estudo adicional para definir qual região do tabuleiro

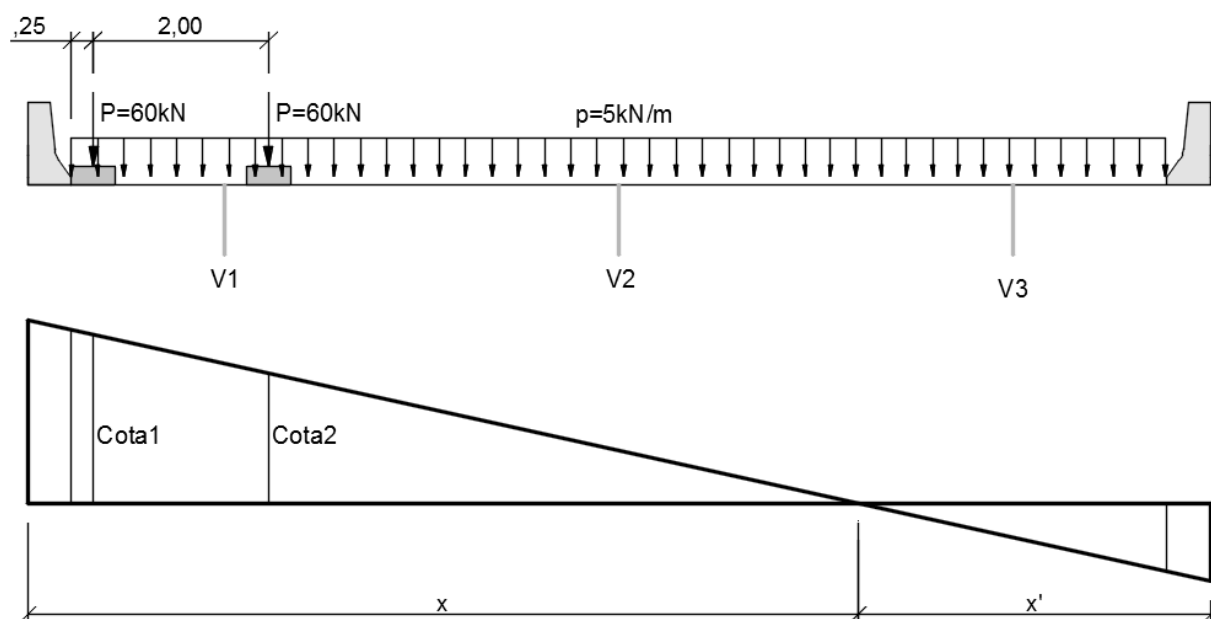
deveria ser carregada. Este consistiu em percorrer com uma carga pontual unitária na direção transversal do tabuleiro, para seções espaçadas de 2,50 m, e verificar a posição que resulta em momentos negativos na longarina em questão. No Apêndice A foi detalhado o estudo feito para a longarina externa do primeiro modelo (3L 1T CA 30m), no qual se pode constatar que esta posição se manteve aparentemente constante ao longo do tabuleiro. Nos demais modelos foi feito um estudo semelhante, porém para um número menor de pontos e seções, obtendo-se a mesma constatação de que a posição quase não variava longitudinalmente.

5.3 MODELAGEM E CÁLCULO DOS ESFORÇOS

5.3.1 Engesser-Courbon

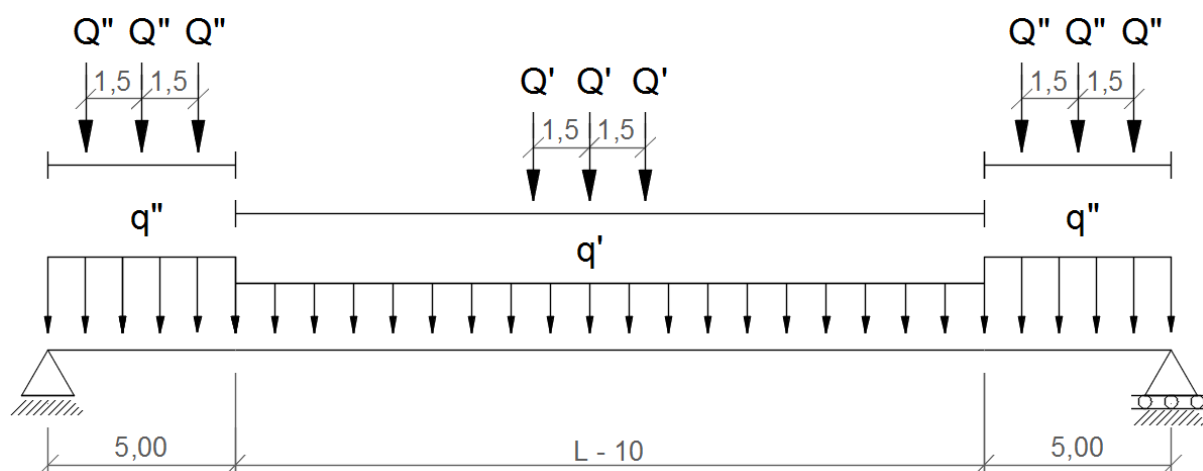
Este é o modelo mais simples dentre os analisados. Na direção transversal, supõe-se que o tabuleiro seja rígido, de forma que a distribuição do carregamento depende apenas de sua excentricidade em relação a viga em questão, do número de longarinas e da posição relativa entre elas.

Pode-se definir uma linha de influência de reações para cada longarina, conforme Figura 5-6, as quais indicam qual parcela do carregamento atua na viga em questão para uma dada posição. Isto é, as cargas concentradas são multiplicadas pelo valor da cota da linha de influência da posição em que atuam, enquanto o carregamento distribuído de multidão é multiplicado pela área da região desfavorável (acima da linha de influência para o momento positivo na viga ou abaixo para o negativo). Para as cargas permanentes, basta dividi-las igualmente pelas vigas.

Figura 5-6 – Linha de influência genérica de reações por Engesser-Courbon.

Fonte: Autoria própria.

Na direção longitudinal, utiliza-se um modelo de viga biapoiada, submetida ao carregamento uniformemente distribuído de multidão e a três cargas concentradas do trem-tipo, espaçadas de 1,50 m entre si e que podem assumir uma posição qualquer nas longarinas (Figura 5-7), os quais foram calculados a partir respectivas linhas de influência.

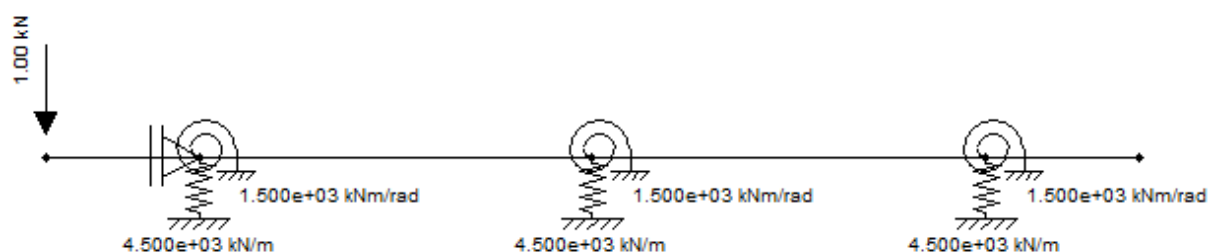
Figura 5-7 –Carregamentos acidentais por Engesser-Courbon em longarina genérica.

Fonte: Autoria própria.

5.3.2 Fauchart

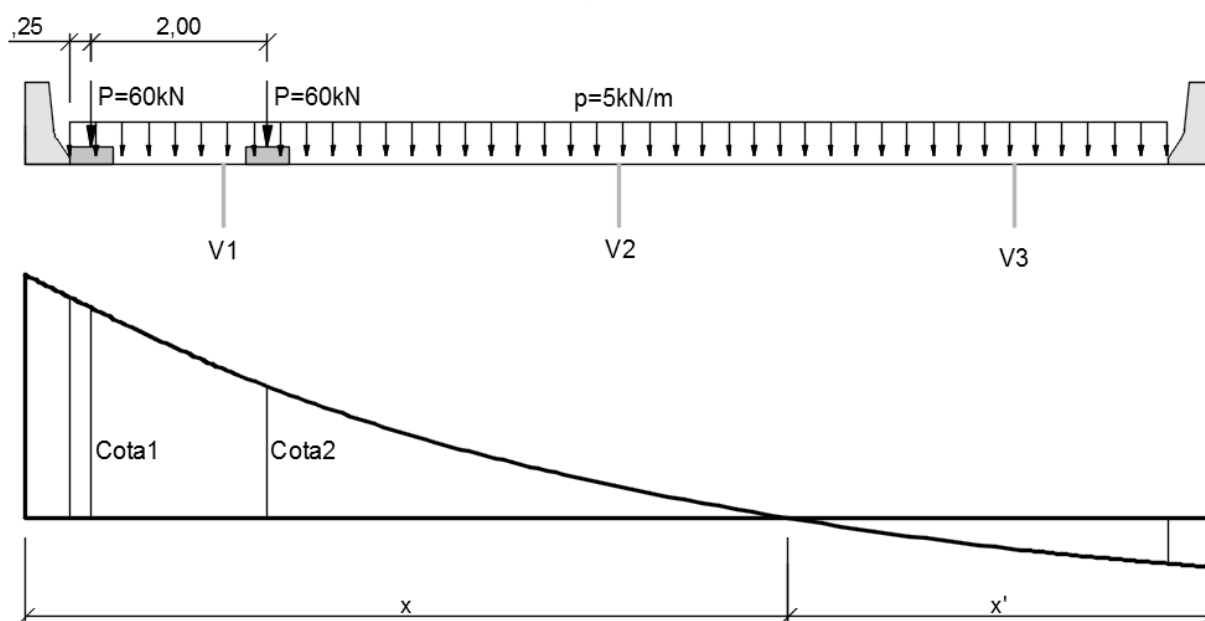
A única diferença deste modelo para o de Engesser-Courbon é na direção transversal. Ao invés de um tabuleiro rígido, considera-se um modelo de barras, as quais possuem uma rigidez à flexão em função de uma faixa de largura unitária de laje e do espaçamento das transversinas. As longarinas são substituídas por molas que restringem parcialmente o deslocamento vertical e a rotação, em função respectivamente da rigidez à flexão e à torção das longarinas, conforme Figura 5-8.

Figura 5-8 – Modelo para cálculo das cotas da linha de influência por Fauchart.



Fonte: Desenvolvido pelo Autor por meio do software Ftool.

Desta forma, a linha de influência deixa de ser retilínea, como ocorria no modelo anterior, e passa a ser curva. Os carregamentos permanentes, portanto, não são mais divididos igualmente entre as vigas, mas de forma semelhante ao que é feita para as cargas acidentais. É importante notar que, caso se despreze a rigidez a torção das longarinas e utilizar um tabuleiro com elevada rigidez à flexão na direção transversal, este modelo coincide com o de Engesser-Courbon.

Figura 5-9 – Linha de influência de reações genérica por Fauchart.

Fonte: Autoria própria.

Na direção longitudinal, assim como no procedimento de Engesser-Courbon, se utiliza um modelo de viga biapoiada, semelhante à apresentada na Figura 5-7 para procedimento de Engesser-Courbon, com os carregamentos obtidos a partir das linhas de influência, conforme supracitado.

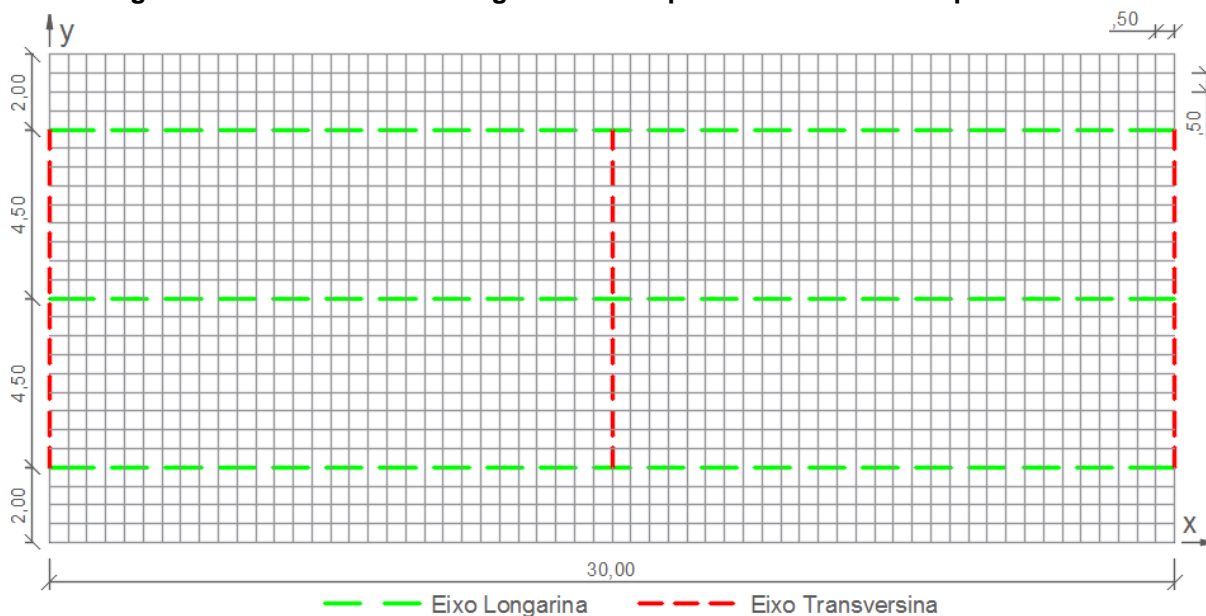
5.3.3 Analogia de Grelha

O tabuleiro da ponte foi modelado por meio de barras, discretizada em elementos de comprimento de $0,50\text{ m}$. Desta forma, foi possível posicionar barras exatamente sobre os eixos das vigas longitudinais e transversais, além de permitir a aplicação do trem-tipo exatamente sobre as barras da grelha para todas as posições críticas. O modelo de analogia de grelha para a ponte com vão de $30,0\text{ m}$, três longarinas, uma transversina intermediária e sem balanços foi retratada na Figura 5-10, em que as longarinas e transversinas foram retratadas em linhas tracejadas.

Foi necessário definir como se daria a divisão do carregamento de multidão nas barras da grelha. Cada região do tabuleiro de $0,5 \times 0,5\text{ m}$ foi dividida por quatro e distribuída pelas barras mais próximas, de modo que a área de influência de cada barra é $0,125\text{ m}^2$. Além disso, na região entre as barreiras e o ponto de aplicação da carga concentrada do trem-tipo, com largura de $0,25\text{ m}$, uma parcela do carregamento

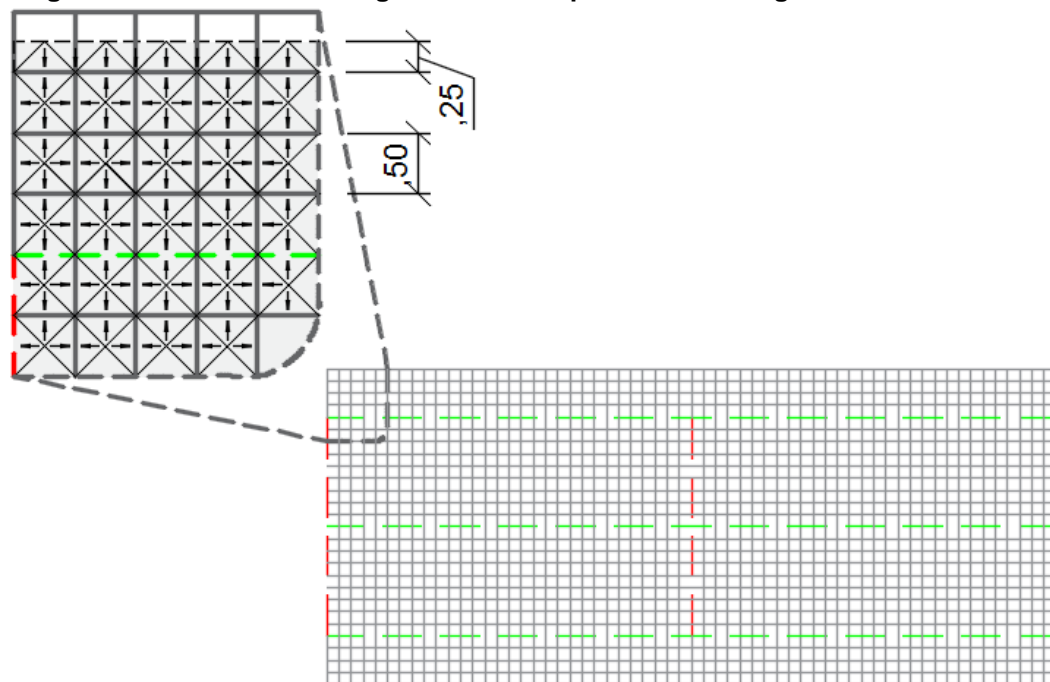
de multidão foi diretamente aplicada como cargas concentradas verticais e de momentos fletores nos nós das barras das extremidades superior e inferior, sendo equivalente a uma área de $0,125\text{m}^2$, conforme demonstrado na Figura 5-11.

Figura 5-10 – Modelo de Analogia de Grelha para o caso básico de ponte.



Fonte: Autoria própria.

Figura 5-11 – Divisão da carga de multidão pelas barras da grelha.



Fonte: Autoria própria.

As propriedades físicas e geométricas dos elementos de viga e de grelha foram definidas conforme apresentado no item 4.2.3. Sobre as condições de suporte, restringiu-se os deslocamentos nas direções x , y e z dos três nós sobre os eixos dos pilares do lado esquerdo, e apenas os deslocamentos verticais para os nós da direita, mantendo as rotações livres nos três eixos para todos esses nós.

Utilizou-se o software SAP2000 v18 para modelar a estrutura como uma grelha plana e realizar uma análise elástica linear do modelo. Este possibilitou criar casos de carregamento para cada condição considerada crítica, tais como diferentes posições do carregamento de multidão e vários “caminhos” para o trem-tipo, e em seguida verificar a situação crítica.

O SAP200 é um programa de elementos finitos, com interface gráfica em três dimensões, e que permite modelar, analisar e dimensionar um vasto conjunto de problemas de engenharia de estruturas. Apesar de ser um software de elementos finitos, ao se utilizar apenas elementos de barras no modelo, a análise estrutural por elementos finitos equivale a análise matricial de estruturas pelo método dos deslocamentos. Maiores informações sobre o software e de particularidades de modelagem podem ser obtidas em *CSI Analysis Reference Manual* (2015).

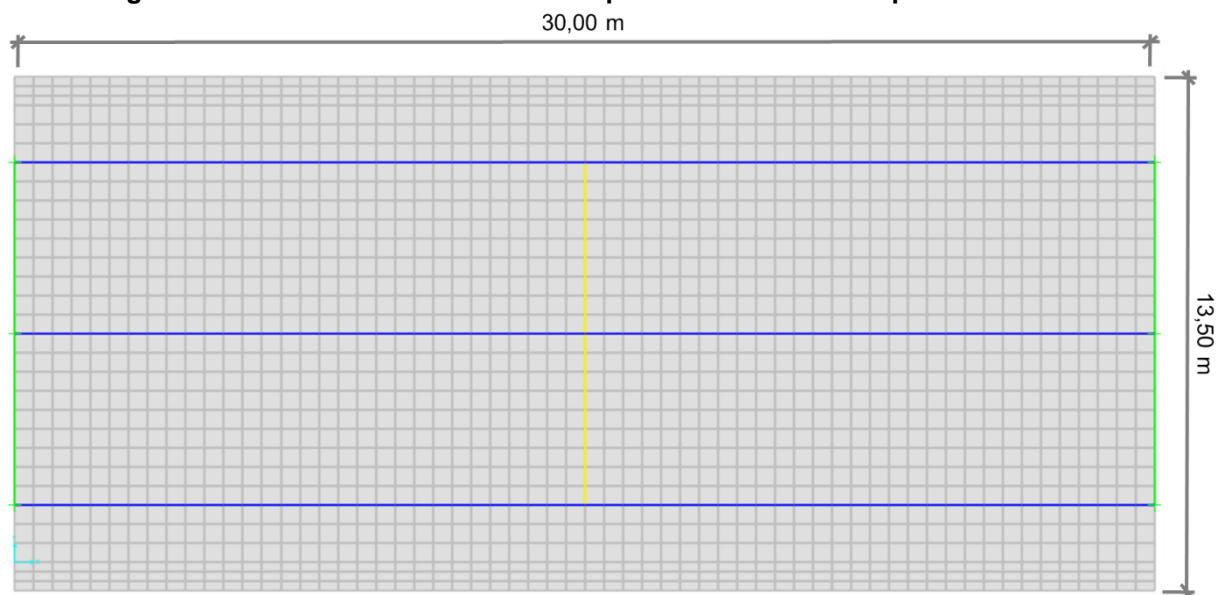
5.3.4 Elementos Finitos

Optou-se por utilizar um modelo de Elementos Finitos simples, apenas com elementos de uma e duas dimensões, a fim de permitir uma comparação direta deste com o de Analogia de Grelha e os procedimentos clássicos, por meio dos momentos fletores das longarinas. Para as vigas longitudinais e transversais utilizou-se elementos de barra, os quais são exatamente iguais aos utilizados no modelo de Analogia de Grelha. Já para a laje do tabuleiro, empregou-se elementos planos de casca fina (“*shell thin*”). Ao contrário das barras da grelha do modelo anterior, para elementos de casca fina se insere diretamente uma espessura equivalente de membrana e de flexão do elemento, de forma que não é necessário introduzir as inércias à flexão e à torção.

As condições de apoio foram as mesmas do modelo anterior. Manteve-se também a discretização em elementos com dimensões de 0,50 m, com exceção das bordas do balanço lateral da laje do tabuleiro, em que se utilizou elementos de 0,25

m de largura por 0,50 m de comprimento. Foi necessário alterar a discretização desta faixa de 0,75 m a fim aplicar o carregamento de multidão.

Figura 5-12 - Modelo Elementos Finitos para o caso básico de ponte.



Fonte: Autoria própria.

Utilizou-se novamente o *software* SAP2000, de forma muito semelhante ao modelo de Analogia de Grelha. Porém, substitui-se a malha da grelha por elementos planos, e o carregamento de multidão foi inserido diretamente como distribuído por uma área, e não mais em cargas concentradas e cargas distribuídas linearmente. A análise estrutural feita continuou a ser elástica linear, de modo que se pode superpor os efeitos devido ao carregamento de multidão e trem-tipo e realizar envoltórias de esforços para os diferentes casos de carregamento definidos.

6 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A seguir apresentam-se os resultados dos esforços solicitantes para os casos de pontes estudados, segundo os procedimentos de Engesser-Courbon, de Fauchart, e os métodos de Analogia de Grelha e de Elementos Finitos, este apenas para o primeiro caso. As análises foram realizadas para os casos citados no item 5.2, a saber:

- a) Caso de Carregamento permanente
- b) Caso de Carregamento do trem-tipo TB-450 homogeneizado;
- c) Caso de Carregamento de multidão;
- d) Caso de Carregamento permanente, de trem-tipo e multidão;

6.1 CASO 1 – 3L 1T CA 30m

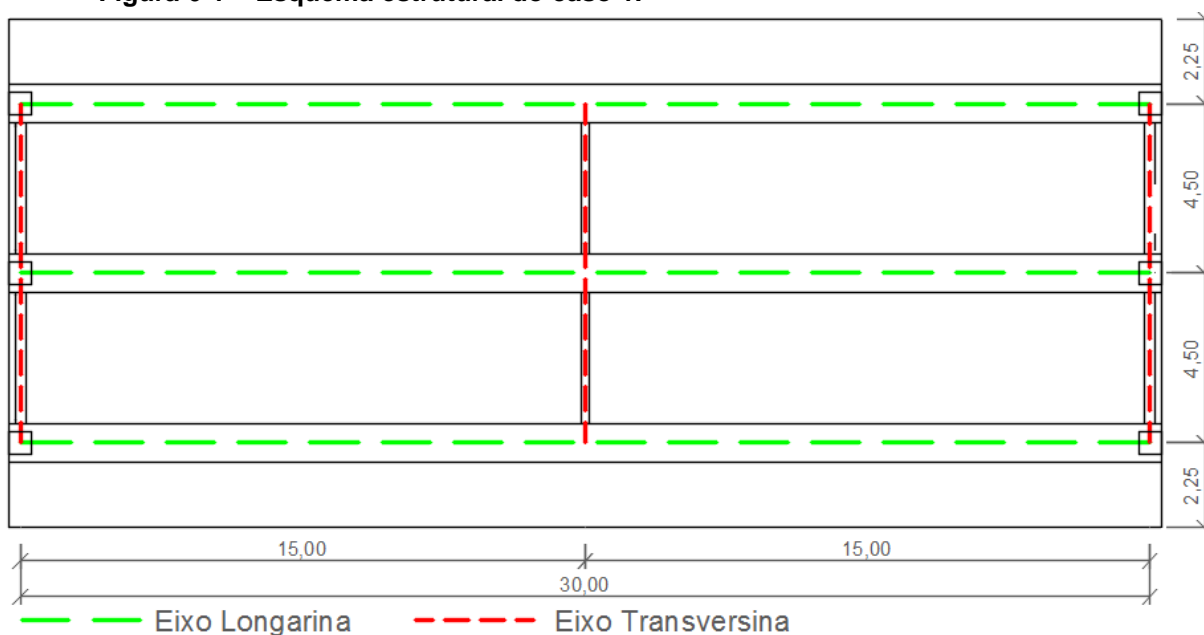
O primeiro caso estudado consiste em uma ponte em concreto armado de trinta metros de vão, sem balanço, constituída por três longarinas apoiadas nas extremidades, uma transversina em cada extremidade e uma transversina intermediária, conforme sintetizado na Tabela 6-1. O esquema estrutural deste caso foi representado na Figura 6-1. Os demais casos consistirão em mudanças de alguma das propriedades deste primeiro, a fim de analisar a influência destas nos resultados.

Tabela 6-1 – Dados gerais do estudo de caso 1 – 3L 1T CA 30m.

Parâmetros caso 1 - 3L 1T CA 30m	
Material da estrutura	Concreto Armado
Inércia à torção	15%
h laje (cm)	25,0
Trem-tipo	TB-450
Carga de multidão (kN/m ²)	5,00
Direção longitudinal	
Dimensão (m)	30,00
Balanço	Não
Nº Longarinas	3
Dist. eixo longarinas (m)	4,50
Direção transversal	
Dimensão (m)	13,50
Balanço (m)	2,25
Nº transversinas internas	1
Dist. eixo transversinas (m)	15,00

Fonte: Autoria própria.

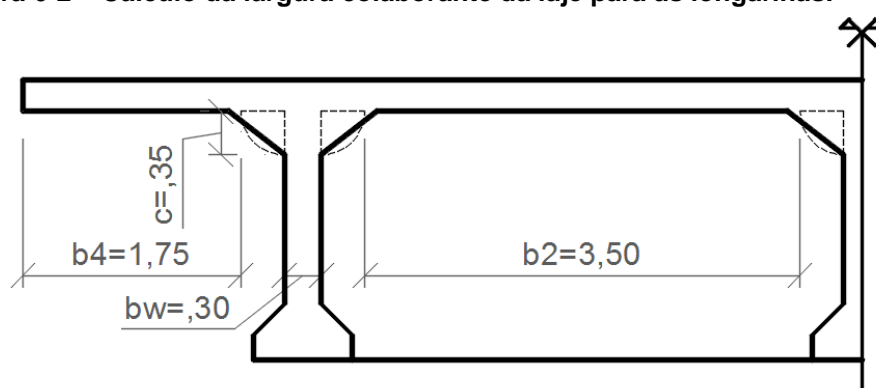
Figura 6-1 – Esquema estrutural do caso 1.



Fonte: Autoria Própria.

Será utilizado a inércia de seção “T” para as vigas, conforme definido no item 4.2.3.2. Para as longarinas, tem-se vigas simplesmente apoiadas de vão 30,0 m, de modo que o parâmetro “a” é igual a 30,0 m, enquanto os valores de “b2”, “b4”, “bw” e “c” foram especificados na Figura 6-2.

Figura 6-2 – Cálculo da largura colaborante da laje para as longarinas.



Fonte: Autoria Própria.

Deste modo, tem-se que:

$$b1 \leq \begin{cases} 0,5 \cdot b2 = 1,75m \\ 0,1 \cdot a = 3,00m \end{cases}$$

e

$$b3 \leq \begin{cases} b4 = 1,75m \\ 0,1 \cdot a = 3,00m \end{cases}$$

Assim, pode-se definir a largura colaborante da laje para as longarinas como:

$$bf_{longarina} = bw + 2 \cdot c + b1 + b3 = 4,50m$$

De forma semelhante pode-se definir a largura colaborante para as transversinas, com a ressalva de que elas possuem momento em uma extremidade, de modo que “a” é igual a 75% do tramo, o qual equivale a 4,50 m. Além disso, agora o valor de “c” é zero. Desta forma, pode-se obter um valor de b1 e b3 aproximadamente igual a 0,30 m, resultando em:

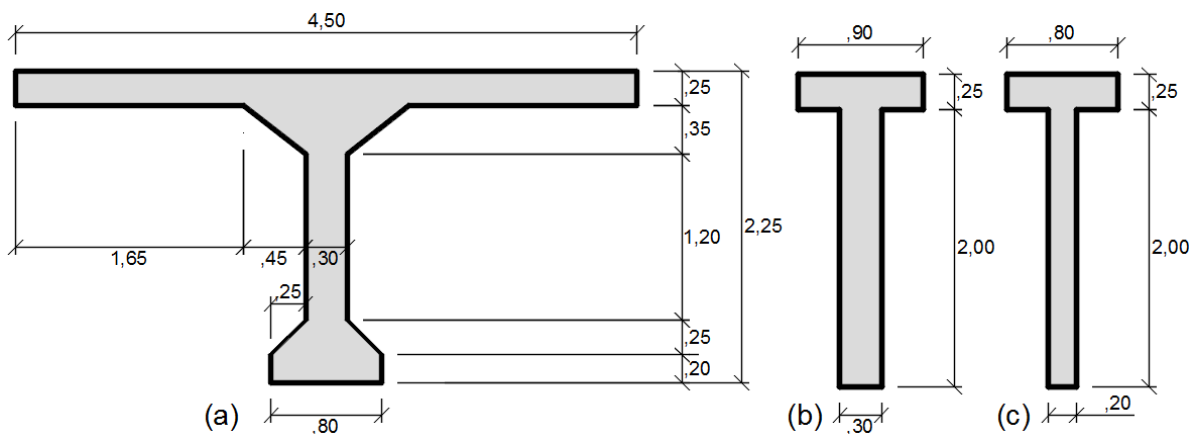
$$bf_{transversina \text{ de apoio}} = 0,90 m$$

e

$$bf_{transversina \text{ intermediária}} = 0,80 m$$

As seções transversais das vigas, com a largura colaborante da laje de tabuleiro, para o caso base (3L 1T CA 30m) foram representadas na Figura 6-3.

Figura 6-3 – Seções transversais das vigas do caso 1 com laje colaborante.



Fonte: Autoria Própria.

As propriedades geométricas das seções transversais destes três elementos foram resumidas na Tabela 6-2.

Tabela 6-2 – Propriedades geométricas das vigas do caso 1.

Elemento	Características Geométricas			
	A (m²)	Ycg (m)	I (m⁴)	Jp (m⁴)
a	2,045	1,621	1,0787	0,0840
b	0,825	1,307	0,4083	0,0228
c	0,600	1,375	0,3031	0,0093

Fonte: Autoria Própria.

Com relação ao trem-tipo TB-450, a carga de multidão é de 5 kN/m², o veículo-tipo possui três eixos de duas rodas com 75 kN cada, cujo contato com a pista é de 20 cm por 50 cm, e ocupa uma área de 18m², conforme prescrito pela NBR 7188 (2013). Para o cálculo dos esforços nas vigas foi feita a homogeneização das cargas das rodas dos veículos, conforme equação (1) do item 3.2.1, cujo cálculo foi apresentado a seguir.

$$P_{homogeneizado} = P - \frac{p \cdot A}{n} = 75 - \frac{5.18}{6} = 60kN$$

O coeficiente de impacto vertical (CIV), conforme equação (4) do item 3.2.1, é dado por:

$$CIV = 1 + 1,06 \cdot \frac{20}{L_{iv} + 50} = 1 + 1,06 \cdot \frac{20}{30 + 50} = 1,265$$

O coeficiente de número de faixas (CNF), também definido no item 3.2.1, equação (5), equivale a 1,00 pelo fato da ponte possuir apenas duas faixas de tráfego. Com relação ao coeficiente de impacto adicional, este equivale a 1,25, e deve ser aplicado nos trechos localizados até 5,0 m das extremidades.

6.1.1 Modelo 1 por Engesser-Courbon

A fim de determinar os carregamentos atuantes nas longarinas, deve-se calcular a linha de influência de reações. Dado que as três longarinas são idênticas, a equação (7) do item 4.1.1 se resume a:

$$R_i = P \cdot \left(\frac{1}{n} + \frac{e \cdot x_i}{\sum_1^n (x_j^2)} \right)$$

Ao calcular as reações para dois pontos quaisquer se define a linha de influência, dado que ela é retilínea. A Tabela 6-3 resume o cálculo da cota da LI de reações de V1 para as posições sobre as longarinas 1 e 3, enquanto a Figura 6-4 apresenta as LI de reações para as três longarinas (dado que V1 é simétrica a V3).

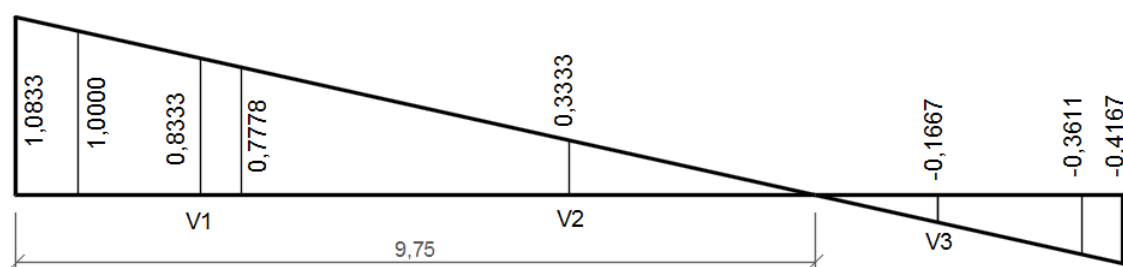
Tabela 6-3 – Cálculo da linha de influência de reações para V1.

LI de Reações para V1				
x1 (m)	-4,50		e_cota1 (m)	-4,50
x2 (m)	0,00		e_cota2 (m)	4,50
x3 (m)	4,50		cota1 (m)	0,8333
$\sum x_i^2$ (m ²)	40,5		cota2 (m)	-0,1667

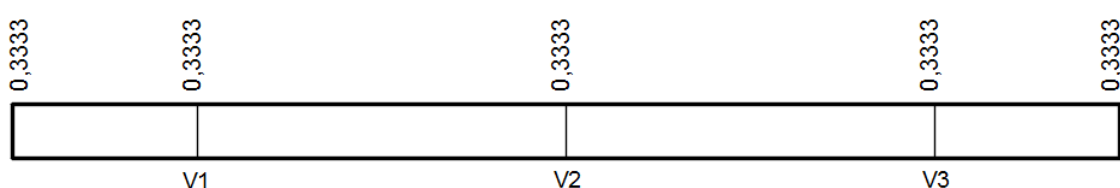
Fonte: Autoria Própria.

Figura 6-4 – LI de reações por Engesser-Courbon para o caso 1.

LI REAÇÕES V1



LI REAÇÕES V2



Fonte: Autoria Própria.

Pode-se, então, calcular os carregamentos atuantes nas longarinas, multiplicando o valor característico pelos coeficientes de majoração de cargas móveis e pelo somatório das cotas da LI, para cargas concentradas, ou pela área, para distribuídas, conforme Tabela 6-4. Quanto aos carregamentos permanentes, representam o valor que efetivamente atua na longarina (um terço do total), sendo a carga concentrada referente à transversina central e a distribuída às demais cargas.

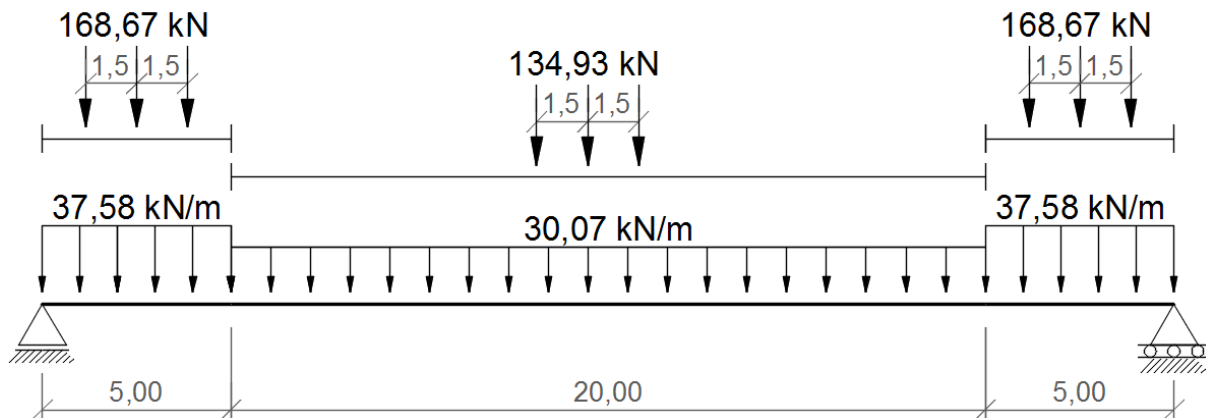
Na análise da distribuição das cargas móveis se considera a carga móvel apenas na região em que for desfavorável. As cargas de multidão uniformemente distribuídas (q'') e concentradas dos eixos do veículo-tipo (Q''), diferem-se de q' e Q' devido à necessidade de se considerar o CIA até 5,0 m das descontinuidades estruturais (encontros). As cargas com índice “neg” representam as reações das cargas móveis na longarina V1 para o caso de o veículo-tipo estar passando na posição mais afastada dessa viga, com a carga de multidão considerada apenas no trecho de cotas negativas da linha de influência. Ilustrou-se, na Figura 6-5, o esquema estrutural da longarina V1, submetida aos carregamentos acidentais positivos.

Tabela 6-4 – Carregamentos atuantes em V1 e V2 do caso 1 por Engesser-Courbon.

Carregamento		Pk	CIV	CIA	CNF	Cota LI	Rk V1
Trem-tipo	Q' (kN)	60,00	1,265	1	1	1,778	134,93
	Q'' (kN)	60,00	1,265	1,25	1	1,778	168,67
	Q'neg (kN)	60,00	1,265	1	1	-0,444	-33,73
	Q''neg (kN)	60,00	1,265	1,25	1	-0,444	-42,17
Multidão	q' (kN/m)	5,00	1,265	1	1	4,753	30,07
	q'' (kN/m)	5,00	1,265	1,25	1	4,753	37,58
	q'neg (kN/m)	5,00	1,265	1	1	-0,587	-3,71
	q''neg (kN/m)	5,00	1,265	1,25	1	-0,587	-4,64
Permanente	G (kN)	30,00	-	-	-	-	30,00
	g (kN/m)	65,55	-	-	-	-	65,55

Carregamento		Pk	CIV	CIA	CNF	Cota LI	Rk V2
Trem-tipo	Q' (kN)	60,00	1,265	1	1	0,667	50,60
	Q'' (kN)	60,00	1,265	1,25	1	0,667	63,25
Multidão	q' (kN/m)	5,00	1,265	1	1	4,167	26,35
	q'' (kN/m)	5,00	1,265	1,25	1	4,167	32,94
Permanente	G (kN)	30,00	-	-	-	-	30,00
	g (kN/m)	65,55	-	-	-	-	65,55

Fonte: Autoria Própria.

Figura 6-5 - Carregamentos acidentais positivos em V1 por Engesser-Courbon.

Fonte: Autoria Própria.

6.1.2 Modelo 1 por Fauchart

O primeiro passo é definir os coeficientes de mola vertical e de rotação, para uma faixa de 1,0 m de laje, que representem as restrições dadas pelas longarinas, conforme segue:

$$k_{vi} = EI_i \cdot \left(\frac{\pi}{l}\right)^4 = 29,4 \cdot 10^6 \cdot 1,0787 \cdot \left(\frac{\pi}{30,0}\right)^4 \cdot 1,0 \text{ (m)} = 3814 \text{ kN/m}$$

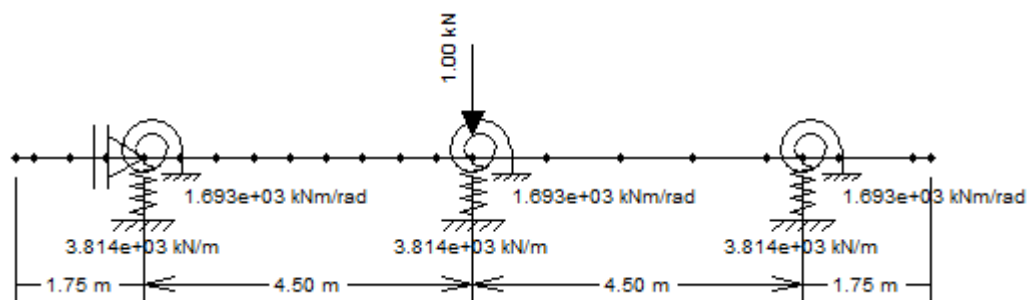
e

$$k_{ti} = GJ_i \cdot \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 = (0,15 \cdot 12,25 \cdot 10^6 \cdot 0,084) \cdot \left(\frac{\pi}{30,0}\right)^2 \cdot 1,0 \text{ (m)} = 1693 \text{ kN.m.rad}$$

Em seguida, pode-se elaborar o modelo que represente uma largura de 1,0 m na direção transversal do tabuleiro. Este modelo foi representado na Figura 6-6, e possui uma inércia a flexão equivalente, a partir de uma média ponderada entre a da laje e a das transversinas, conforme equação (20), apresentada no item 4.1.3.

$$I_{\text{laje equivalente}} = \frac{I_{\text{transversina}} + I_{\text{laje}} \cdot (e_{\text{transversinas}} + b m_{\text{transversina}})}{e_{\text{transversinas}}}$$

$$I_{\text{laje equivalente}} = \frac{0,3031 + \left(0,25^3 \cdot 1,0 / 12\right) \cdot (15,0 + 0,8)}{15,0} = 0,02144 \text{ m}^4$$

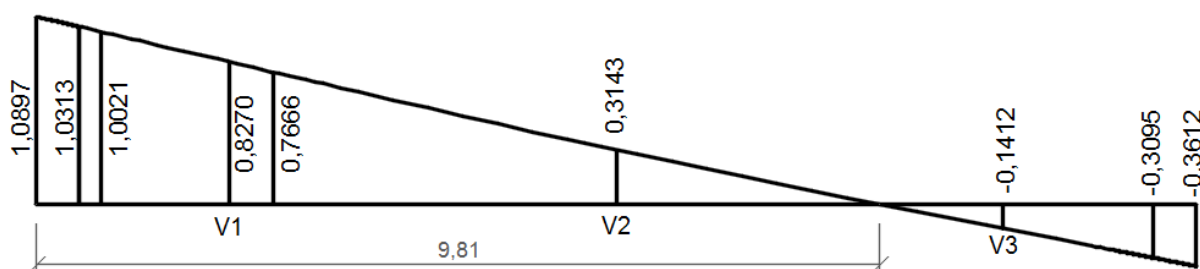
Figura 6-6 – Modelo transversal por Fauchart para 1,0 m do tabuleiro do caso 1.

Fonte: Desenvolvido pelo Autor por meio do software Ftool..

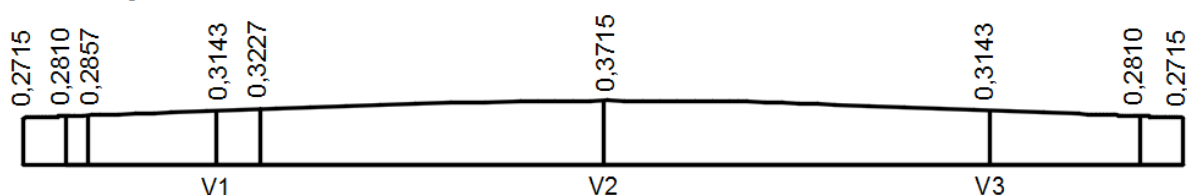
Após a resolução desta viga em um programa de análise matricial de estruturas, obteve-se a linha de influência de reações, representada na Figura 6-7.

Figura 6-7 - LI de reações por Fauchart para o caso 1.

LI REAÇÕES V1



LI REAÇÕES V2



Fonte: Autoria Própria.

Pode-se, a partir das linhas de influência de reações, calcular os carregamentos atuantes nas longarinas, multiplicando o valor característico pelos coeficientes de majoração de cargas móveis e pelo somatório das cotas da LI, para cargas concentradas, ou pela área, para distribuídas, conforme Tabela 6-5, para a longarina externa (V1), e Tabela 6-6 para a central (V2). Ilustrou-se, na Figura 6-8, o esquema estrutural da longarina V1, submetida aos carregamentos acidentais positivos.

Tabela 6-5 – Carregamentos atuantes em V1 do caso 1 por Fauchart.

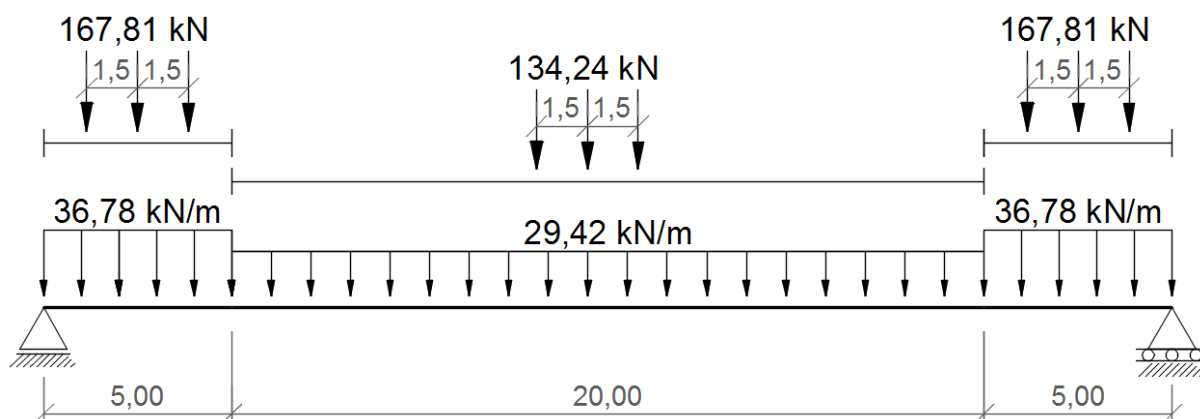
Carregamento		Pk	CIV	CIA	CNF	Cota LI	Rk V1
Trem-tipo	Q' (kN)	60,00	1,265	1	1	1,769	134,24
	Q" (kN)	60,00	1,265	1,25	1	1,769	167,81
	Q'neg (kN)	60,00	1,265	1	1	-0,380	-28,86
	Q"neg (kN)	60,00	1,265	1,25	1	-0,380	-36,07
Multidão	q' (kN/m)	5,00	1,265	1	1	4,652	29,42
	q" (kN/m)	5,00	1,265	1,25	1	4,652	36,78
	q'neg (kN/m)	5,00	1,265	1	1	-0,499	-3,15
	q"neg (kN/m)	5,00	1,265	1,25	1	-0,499	-3,94
Permanente	g long (kN/m)	23,00	-	-	-	1,000	23,00
	G transv (kN)	90,00	-	-	-	0,325	29,24
	g laje (kN/m)	6,25	-	-	-	4,523	28,27
	g barr (kN/m)	7,89	-	-	-	0,724	5,71
	g revest (kN/m)	2,20	-	-	-	4,153	9,14

Fonte: Autoria Própria.

Tabela 6-6 – Carregamentos atuantes em V2 do caso 1 por Fauchart.

Carregamento		Pk	CIV	CIA	CNF	Cota LI	Rk V2
Trem-tipo	Q' (kN)	60,00	1,265	1	1	0,735	55,80
	Q" (kN)	60,00	1,265	1,25	1	0,735	69,75
Multidão	q' (kN/m)	5,00	1,265	1	1	4,195	26,53
	q" (kN/m)	5,00	1,265	1,25	1	4,195	33,16
Permanente	g long (kN/m)	23,00	-	-	-	1,000	23,00
	G transv (kN)	90,00	-	-	-	0,350	31,53
	g laje (kN/m)	6,25	-	-	-	4,473	27,96
	g barr (kN/m)	7,89	-	-	-	0,543	4,29
	g revest (kN/m)	2,20	-	-	-	4,195	9,23

Fonte: Autoria Própria.

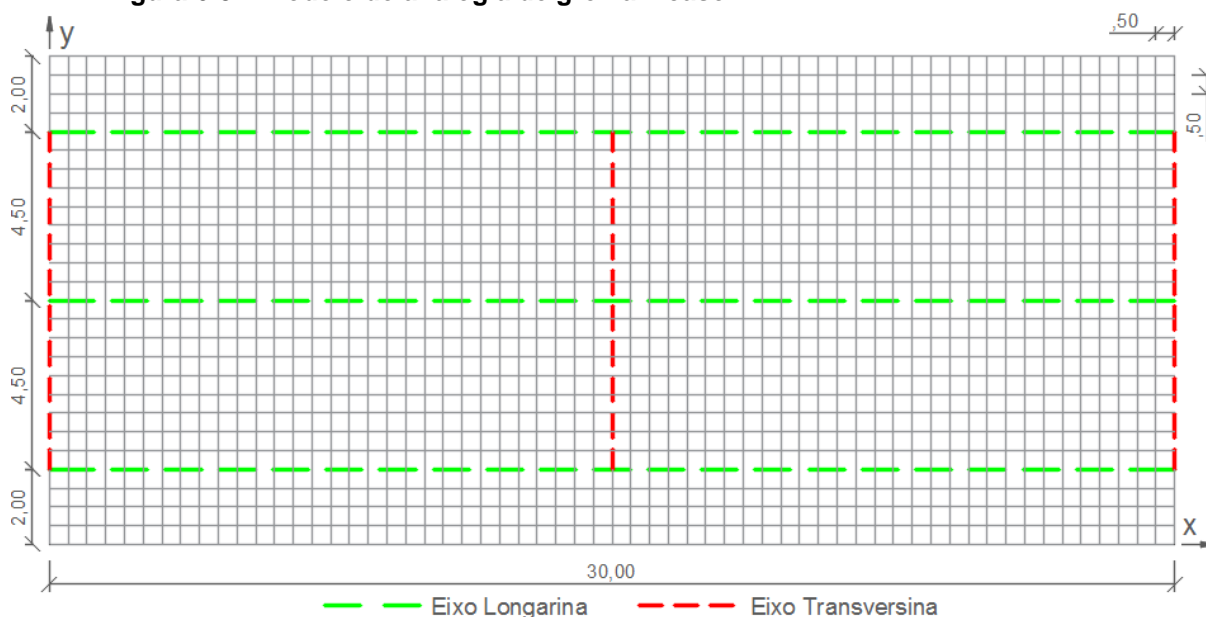
Figura 6-8 - Carregamentos acidentais positivos em V1 por Fauchart.

Fonte: Autoria Própria.

6.1.3 Modelo 1 por Analogia de Grelha

O modelo de analogia de grelha adotado discretizou o tabuleiro em uma malha de elementos de barra de 0,50 m (Figura 6-9). Adotou-se a inércia de seção T, com largura colaborante da laje, para as vigas. A laje foi representada por elementos de barra, com a inércia à flexão equivalente à seção retangular com altura de 0,25 m e largura de 0,50 m, e com inércia à torção igual a duas vezes a inércia à flexão.

Figura 6-9 – Modelo de analogia de grelha – caso 1.



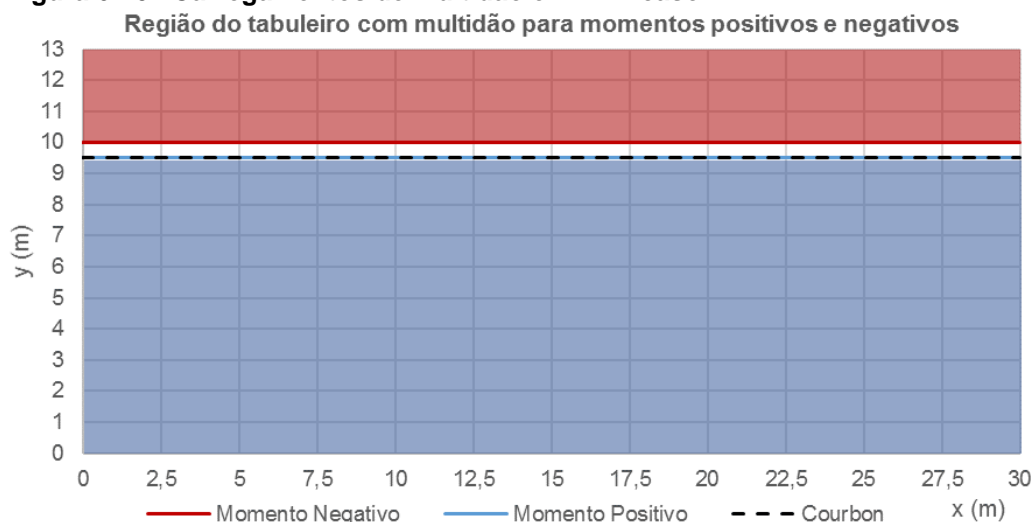
Fonte: Autoria Própria.

Os carregamentos atuantes foram aplicados nos elementos de barra como uniformemente distribuídos, com exceção do carregamento permanente devido à barreira de concreto. Este, conforme citado no item 5.2, foi concentrado nos nós mais próximos ao centro de gravidade desta, localizados nos elementos das extremidades superiores e inferiores da malha da grelha.

Com relação ao carregamento de multidão, deve-se definir a posição do tabuleiro a ser carregada, de modo que o efeito deste seja desfavorável. Fez-se, então, um estudo adicional, detalhado no Apêndice A, que consistiu em aplicar uma carga unitária em várias posições ao longo de uma dada seção do tabuleiro e verificar quando o momento na longarina V1 se tornou negativo. Isto é, para uma dada seção “x”, aplicou-se a carga unitária do nó na posição (x, y=0) até a posição (x, y=13), com

acréscimos sucessivos de $y=0,50$ m. Fez-se este procedimento nas seções $x = 0,5$ m; $2,5$ m; $5,0$ m; $7,5$ m; $10,0$ m; $12,5$ m e $15,0$ m do modelo de analogia de grelha do caso 1. Pode-se então verificar em quais posições “y” que existe momento negativo nestas seções. Neste trabalho, busca-se comparar momentos máximos, portanto o tabuleiro será carregado conforme área indicada para a seção no meio do vão. A Figura 6-10 indica o resultado deste estudo, com a área do tabuleiro que fornece momentos positivos, em azul, e negativos, em vermelho, no meio do vão da longarina V1. Percebe-se que a área que fornece momentos positivos coincide com o estabelecido pelo procedimento de Engesser-Courbon. Os carregamentos para este modelo foram listados na Tabela 6-7

Figura 6-10 –Carregamentos de multidão em V1 – caso 1.



Fonte: Autoria Própria.

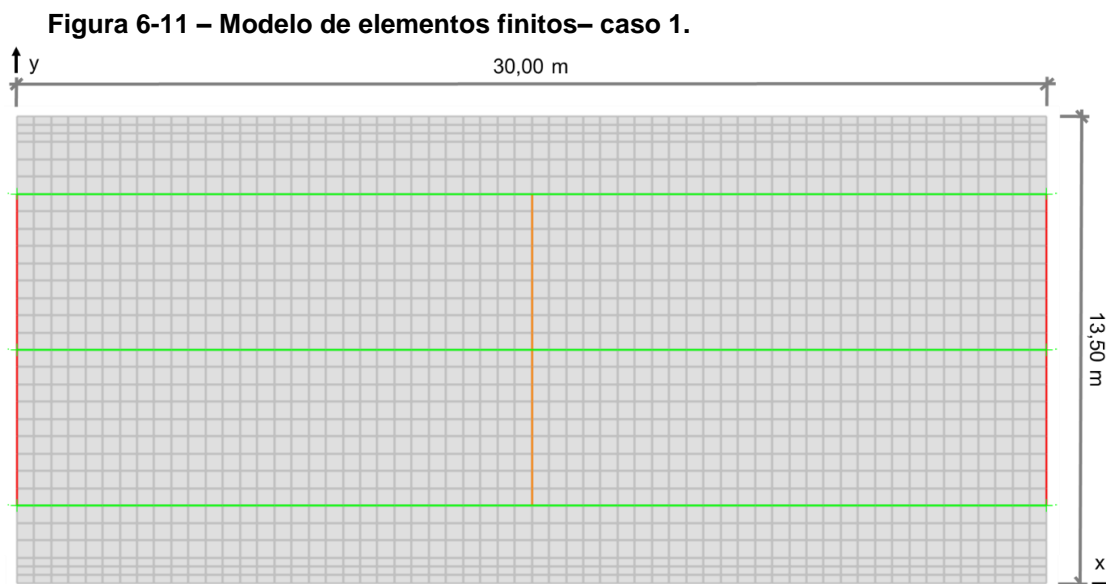
Tabela 6-7 – Carregamentos para o modelo de analogia de grelha – caso 1.

Carregamento		
Trem-tipo	Q' (kN)	75,90
	Q" (kN)	94,88
Multidão	q' (kN/m)	6,33
	q" (kN/m)	7,91
Permanente	g longarina (kN/m)	23,00
	g transv int (kN/m)	10,00
	g transv apoio (kN/m)	15,00
	g laje (kN/m)	1,56
	g revestimento (kN/m)	0,55
	P barreira (kN)	3,95
	M barreira (kN.m)	0,28

Fonte: Autoria Própria.

6.1.4 Modelo 1 por Elementos Finitos

O modelo de elementos finitos é constituído por elementos de barra nas vigas e de casca fina nas lajes, conforme descrito em 5.3.4, e representado na Figura 6-11.



Fonte: Autoria Própria.

Os carregamentos adotados são os mesmos do modelo de analogia de grelha, inclusive a posição em que foram adotados. Percebeu-se que a posição crítica para o carregamento de multidão coincidiu com o modelo anterior. Para os carregamentos de peso próprio das longarinas, transversinas e da laje do tabuleiro, utilizou-se a opção do SAP2000 de inserir um peso específico para os materiais, porém modificando o coeficiente de peso das vigas para não considerar o peso próprio da mesa duas vezes.

6.1.5 Resultados do Caso 1

6.1.5.1 Longarina V1

A envoltória de momentos fletores positivos e negativos para as cargas móveis do trem-tipo da longarina V1 foi apresentada na Figura 6-12; para o carregamento de multidão, na Figura 6-13; para os carregamentos permanentes, na Figura 6-14; e, por fim, para a ação conjunta dos carregamentos acidentais e permanentes característicos, na Figura 6-15.

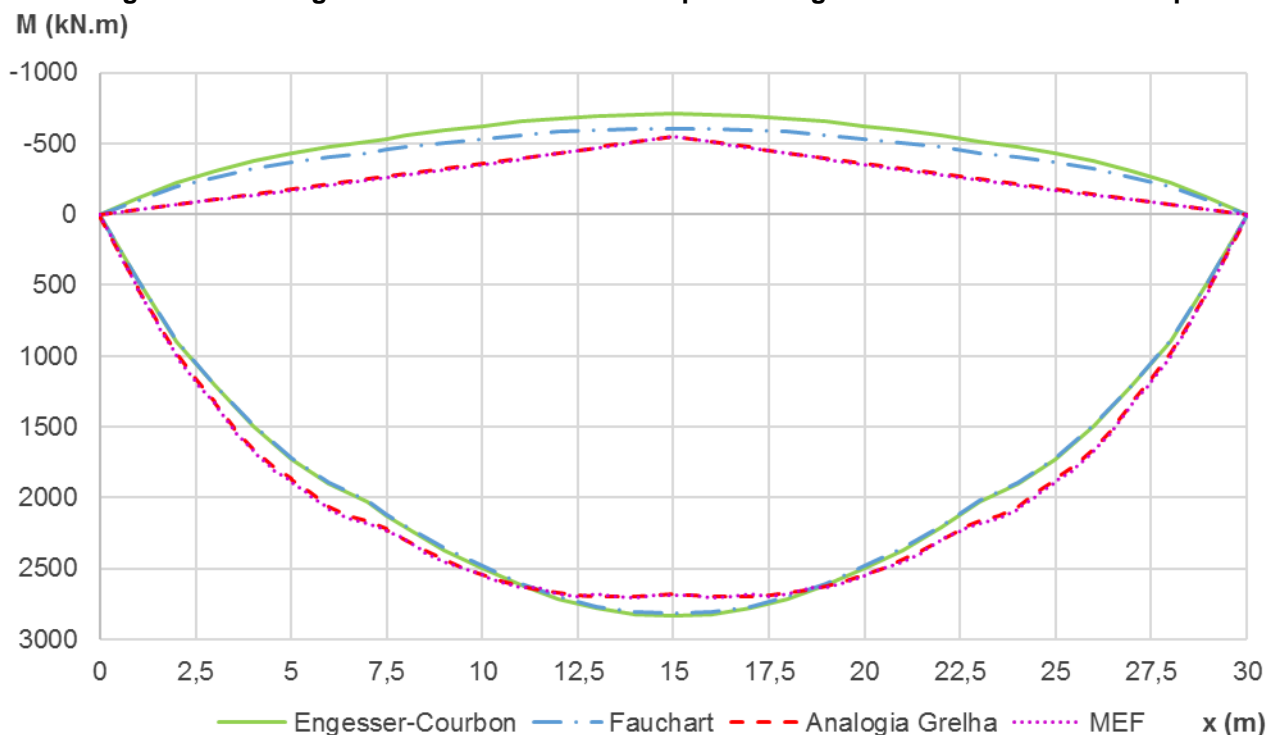
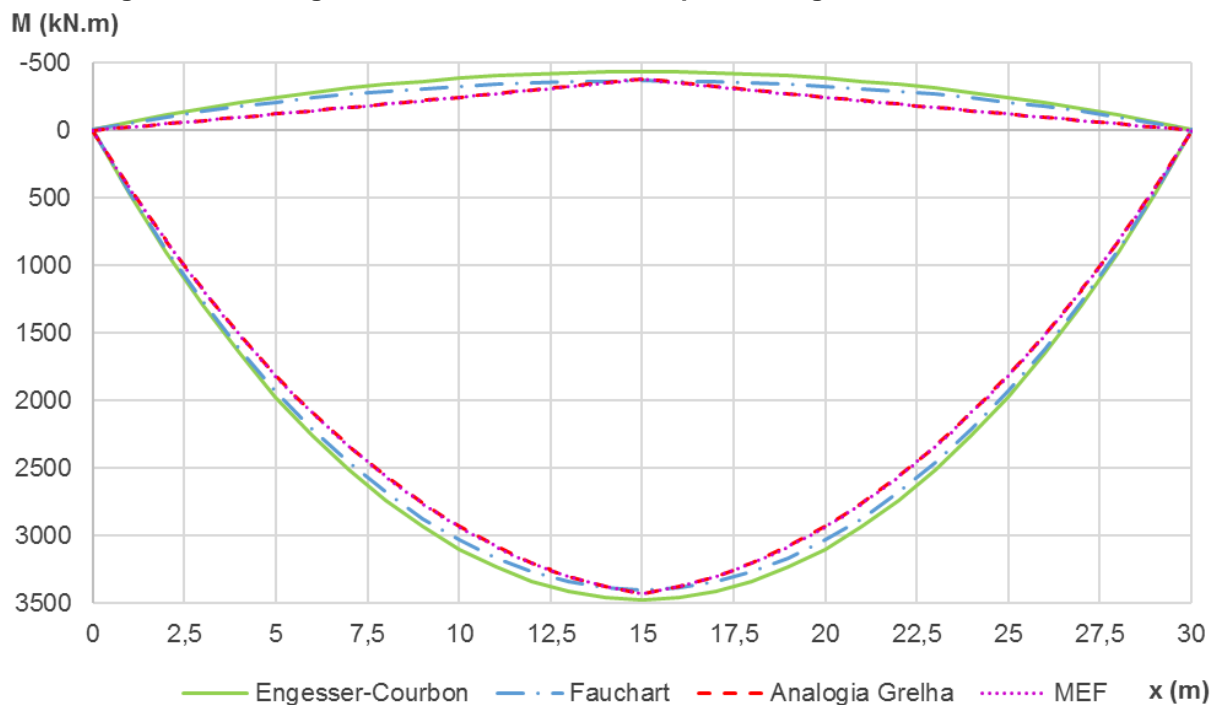
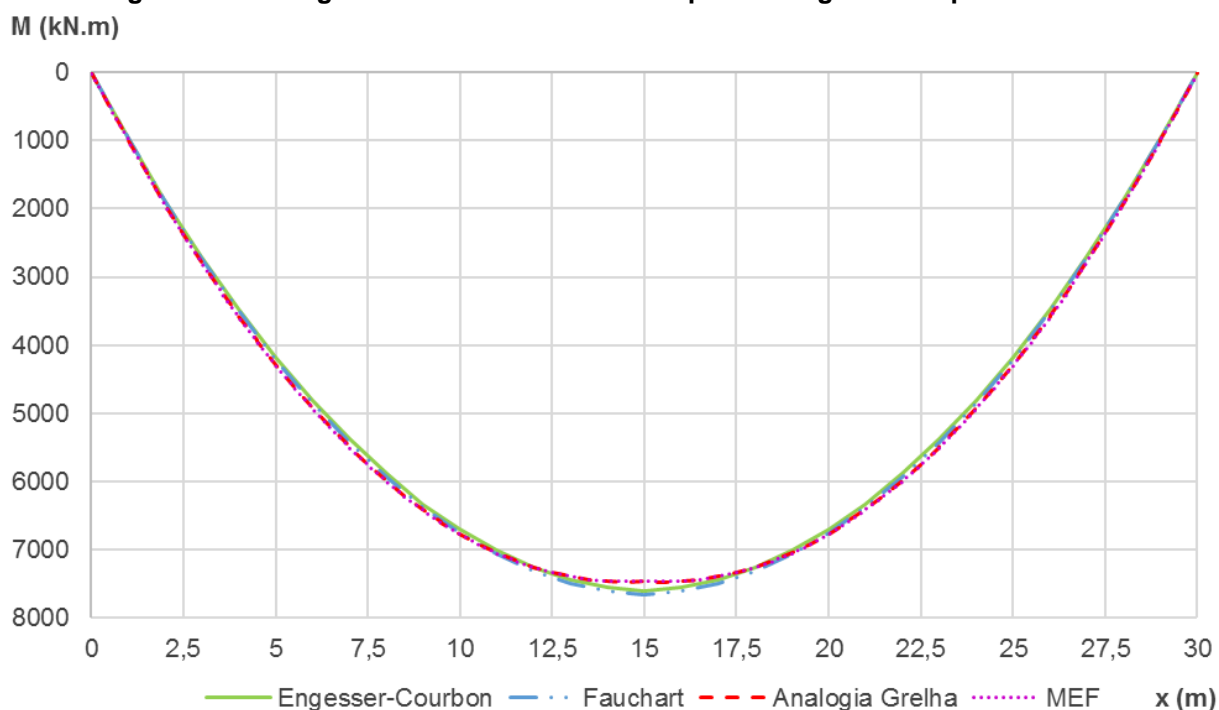
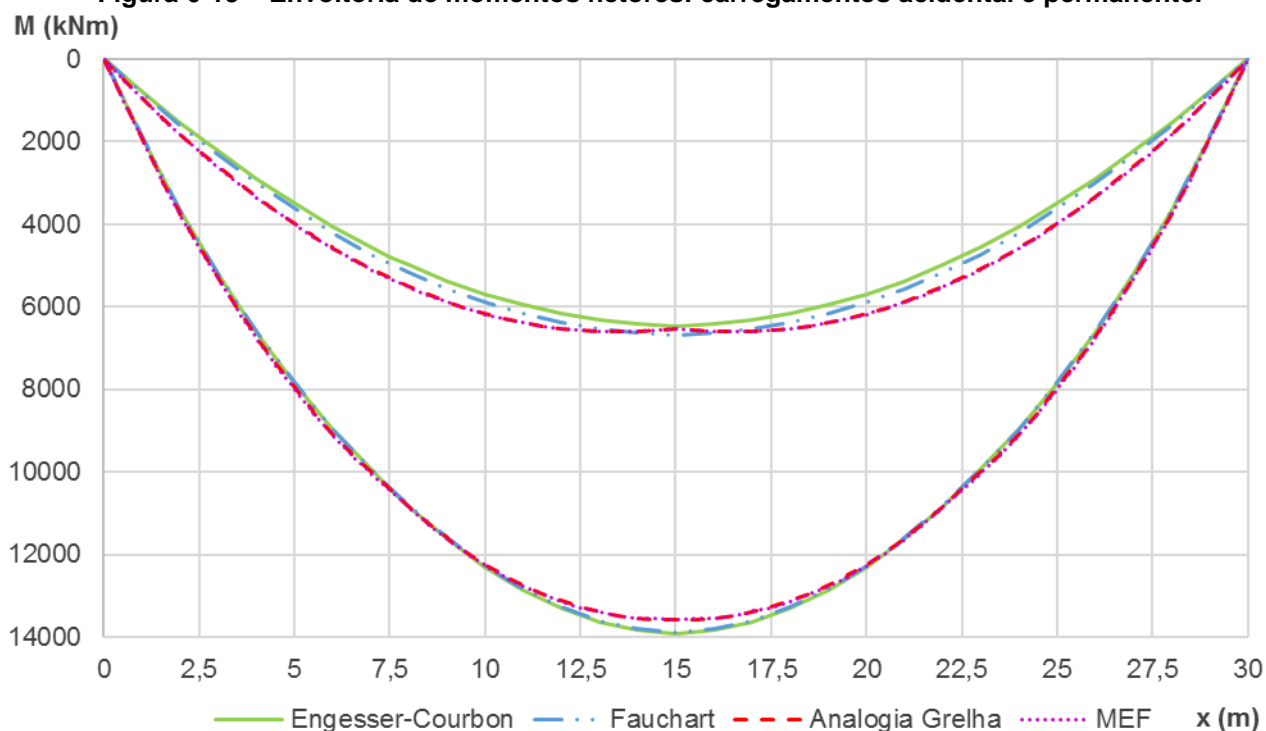
Figura 6-12 – Diagrama de momentos fletores para carregamento accidental de trem-tipo.**Fonte: Autoria Própria.****Figura 6-13 – Diagrama de momentos fletores para carregamento accidental de multidão.****Fonte: Autoria Própria.**

Figura 6-14 – Diagrama de momentos fletores para carregamentos permanentes.

Fonte: Autoria Própria.

Figura 6-15 – Envoltória de momentos fletores: carregamentos acidental e permanente.

Fonte: Autoria Própria.

É importante notar que a aparente descontinuidade no início e final do diagrama da Figura 6-12 é devido à aplicação do coeficiente de impacto adicional. Quanto a Figura 6-15, representa a soma dos momentos fletores dos carregamentos acidentais, positivos e negativos, com os momentos dos carregamentos permanentes.

A Tabela 6-8 ilustra os valores de momentos positivos e negativos para seções a $\frac{1}{2}$ do vão e $\frac{1}{4}$ do vão da longarina V1, caso 1. Com auxílio da Figura 6-16, verificam-se graficamente estas diferenças percentuais para o momento máximo positivo na seção a $\frac{1}{2}$ do vão causado pelo trem-tipo, e na Figura 6-17 em relação aos quatro casos de carregamento considerados.

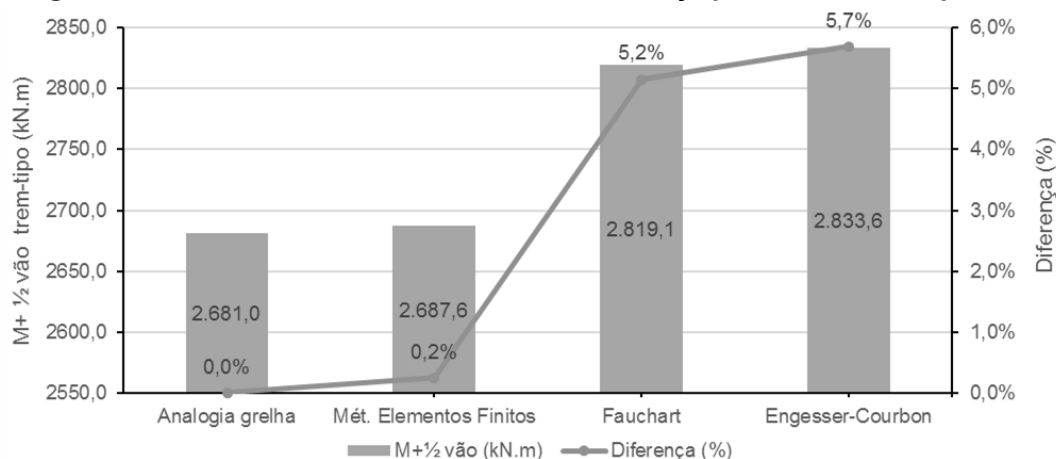
Tabela 6-8 – Comparação entre momentos fletores a $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$ do vão para V1.

Carregamento	Modelo	M+ $\frac{1}{2}$ vão	Dif (%)	M+ $\frac{1}{4}$ vão	Dif (%)	M- $\frac{1}{2}$ vão	Dif (%)	M- $\frac{1}{4}$ vão	Dif (%)
Trem-tipo	AG	2681,02	-	2223,37	-	-549,85	-	-266,19	-
	MEF	2687,62	0,2%	2230,11	0,3%	-547,50	-0,4%	-259,83	-2,4%
	FA	2819,13	5,2%	2114,35	-4,9%	-606,00	10,2%	-454,50	70,7%
	EC	2833,60	5,7%	2125,20	-4,4%	-708,40	28,8%	-531,30	99,6%
Multidão	AG	3430,04	-	2450,78	-	-379,34	-	-180,48	-
	MEF	3431,09	0,0%	2456,10	0,2%	-376,04	-0,9%	-179,11	-0,8%
	FA	3402,07	-0,8%	2574,54	5,0%	-364,64	-3,9%	-275,94	52,9%
	EC	3476,35	1,4%	2630,75	7,3%	-429,15	13,1%	-324,76	79,9%
Permanente	AG	7462,71	-	5749,71	-	-	-	-	-
	MEF	7453,88	-0,1%	5760,22	0,2%	-	-	-	-
	FA	7657,20	2,6%	5688,08	-1,1%	-	-	-	-
	EC	7599,75	1,8%	5643,56	-1,8%	-	-	-	-
Total	AG	13573,77	-	10423,87	-	6533,52	0,0%	5303,05	0,0%
	MEF	13572,59	0,0%	10446,44	0,2%	6530,33	0,0%	5321,29	0,3%
	FA	13878,40	2,2%	10376,96	-0,5%	6686,56	2,3%	4957,63	-6,5%
	EC	13909,70	2,5%	10399,51	-0,2%	6462,20	-1,1%	4787,50	-9,7%

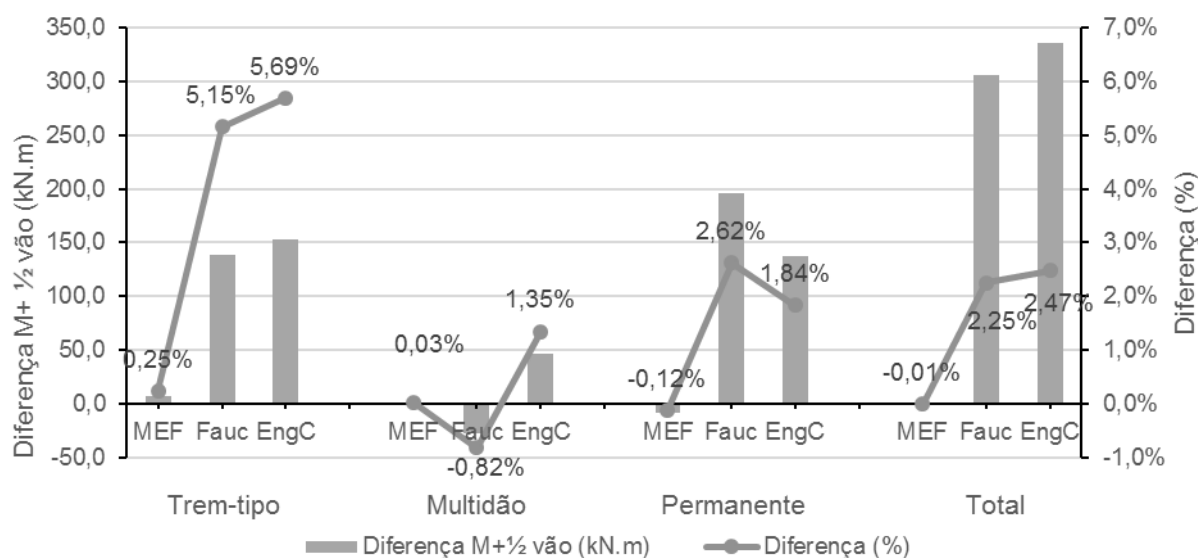
* Momentos fletores em kN.m

Fonte: Autoria Própria.

Figura 6-16 – Momentos fletores máximos e diferença percentual em V1 para TB-450.



Fonte: Autoria Própria.

Figura 6-17 – Diferença de momentos fletores em relação à analogia de grelha para V1.

Fonte: Autoria Própria.

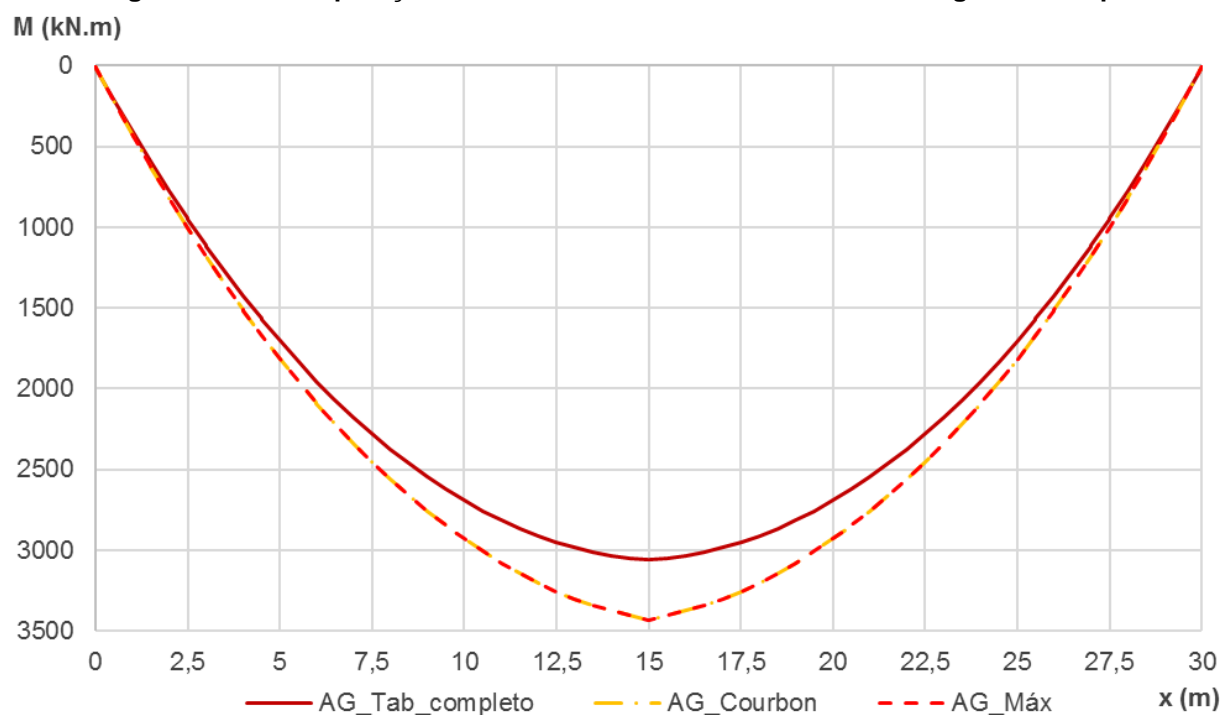
Com relação aos resultados da viga V1 neste primeiro caso, é possível notar uma boa eficiência na transmissão transversal dos carregamentos, mesmo com apenas uma transversina, visto que a diferença dos modelos computacionais para o de Engesser-Courbon foi da ordem de 5,0%. Isto é, a consideração do tabuleiro como rígido transversalmente, para esta viga, foi uma boa aproximação. Também é importante destacar que os modelos de Analogia de Grelha e de Elementos Finitos foram praticamente iguais.

A fim de demonstrar a importância de definir a região crítica para o carregamento acidental de multidão, a Tabela 6-9 a comparação dos valores de momentos fletores máximos, obtido pelo Método de Analogia de Grelha, dentre o caso de carregamento de multidão em todo o tabuleiro (AG_Tab_Completo) e conforme o estabelecido pelo procedimento de Engesser-Courbon (AG_Courbon), em relação à situação considerada crítica (AG_Máx). A Figura 6-18 representa graficamente esta comparação de momentos fletores. Percebe-se, ainda que as diferenças entre carregar todo o tabuleiro ou apenas parte dele não sejam muito elevadas, elas não podem ser consideradas desprezáveis.

Tabela 6-9 – Diferença entre considerações para o carregamento de multidão.

Carregamento	Diferença (%)	
	AG_Tab_Completo	AG_Courbon
Multidão	12,10%	0,00%
Acidental	6,45%	0,00%
Total	2,80%	0,00%

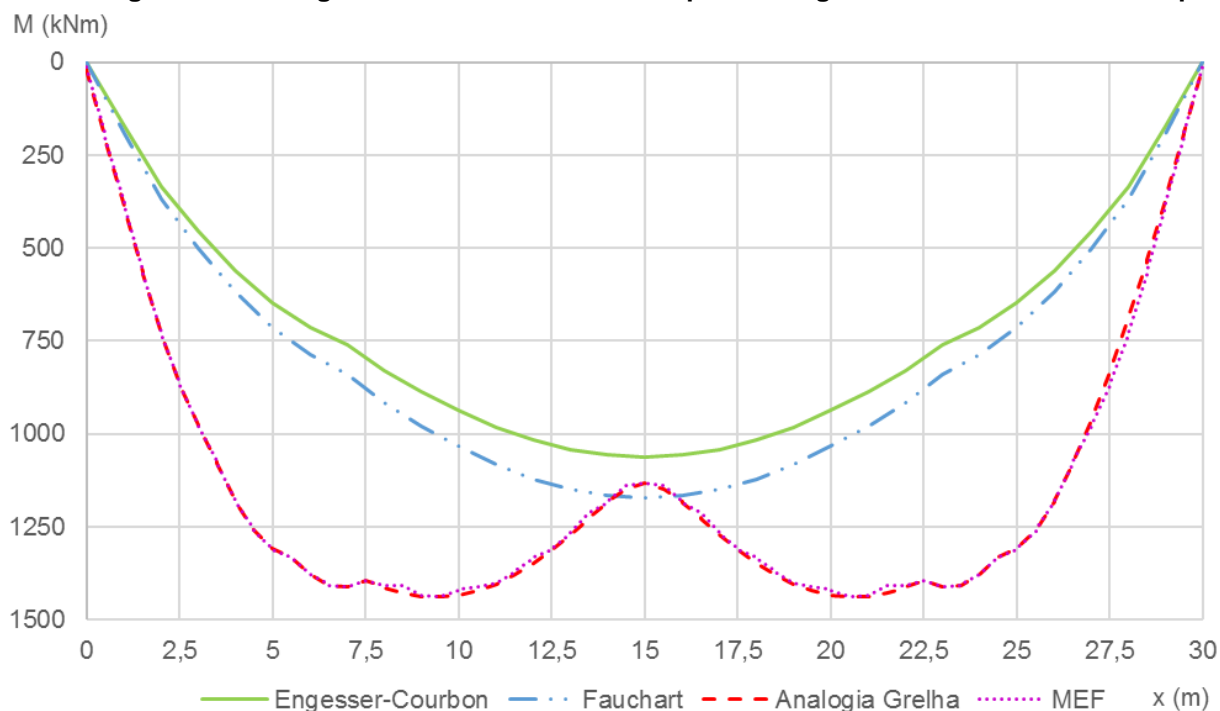
Fonte: Autoria Própria.

Figura 6-18 – Comparação entre multidão em todo tabuleiro e na região crítica para V1.

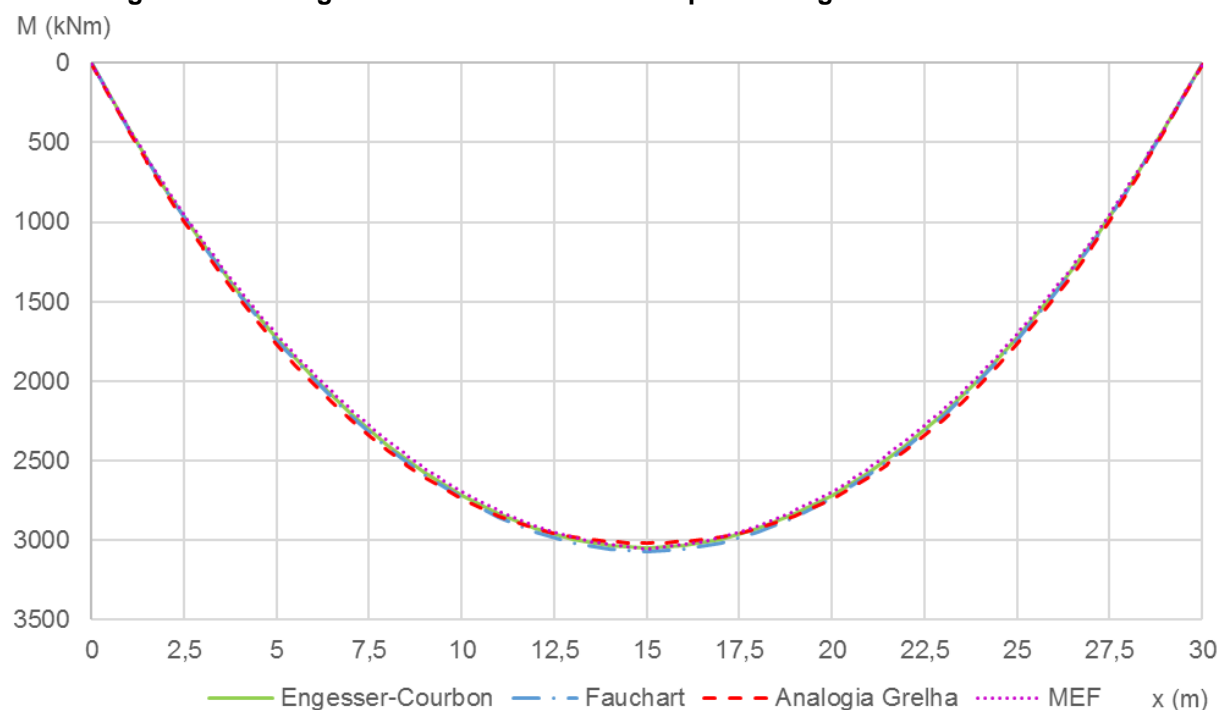
Fonte: Autoria Própria.

6.1.5.2 Longarina V2

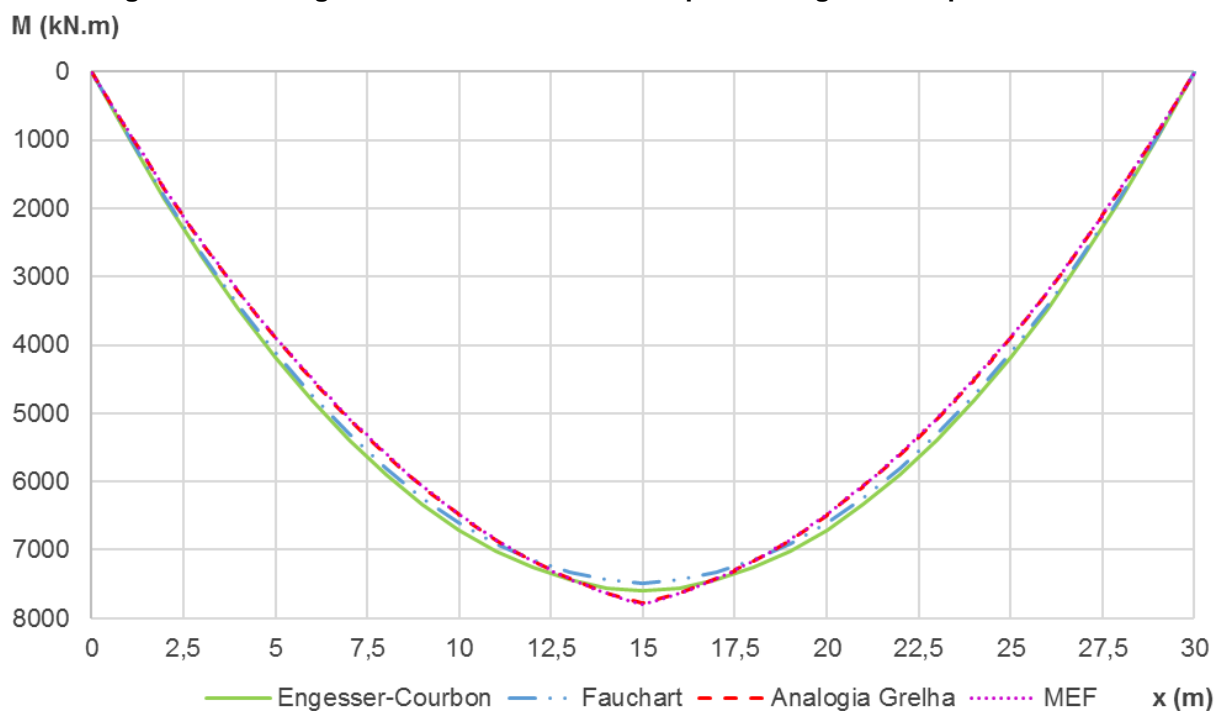
A envoltória de momentos fletores para as cargas móveis do trem-tipo para a longarina V2 foi apresentada na Figura 6-19; para o carregamento de multidão, na Figura 6-20; para os carregamentos permanentes, na Figura 6-21; e, por fim, a envoltória para a combinação dos carregamentos acidentais e permanentes característicos na Figura 6-22.

Figura 6-19 – Diagrama de momentos fletores para carregamento accidental de trem-tipo.

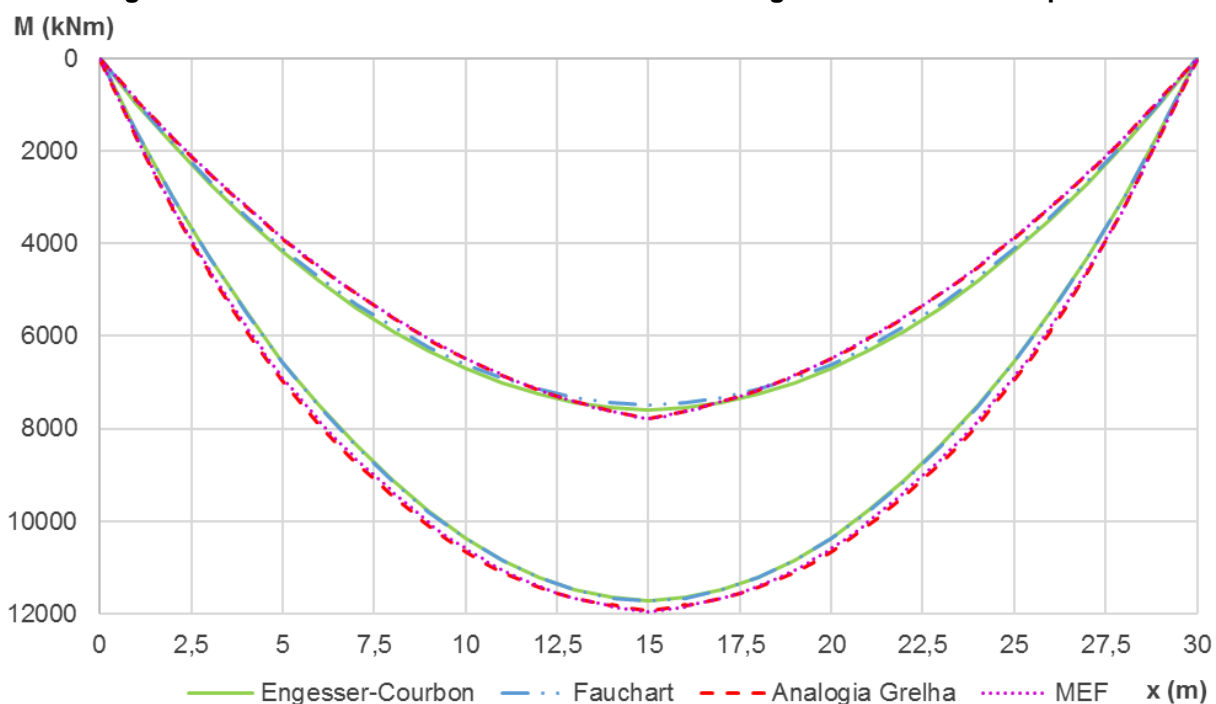
Fonte: Autoria Própria.

Figura 6-20 – Diagrama de momentos fletores para carregamento accidental de multidão.

Fonte: Autoria Própria.

Figura 6-21 – Diagrama de momentos fletores para carregamentos permanentes.

Fonte: Autoria Própria.

Figura 6-22 – Envoltória de momentos fletores: carregamentos acidental e permanente.

Fonte: Autoria Própria.

Na Figura 6-19 percebe-se, de forma nítida, o efeito da transversina de distribuição de esforços. Enquanto no modelo de Fauchart este é distribuído por toda

a direção longitudinal (ou um efeito médio da transversina), nos modelos computacionais percebe-se que este é discreto, ou seja, concentrou-se na região da transversina. Este resultado havia sido observado por Souza (2015), mas para um carregamento concentrado unitário variando apenas sobre as longarinas da ponte.

A Tabela 6-10 ilustra os valores de momentos positivos e negativos para seções a $\frac{1}{2}$ do vão e $\frac{1}{4}$ do vão da longarina V2, caso 1. Com auxílio da Figura 6-23, verificam-se graficamente estas diferenças percentuais para o momento máximo positivo na seção a $\frac{1}{2}$ do vão.

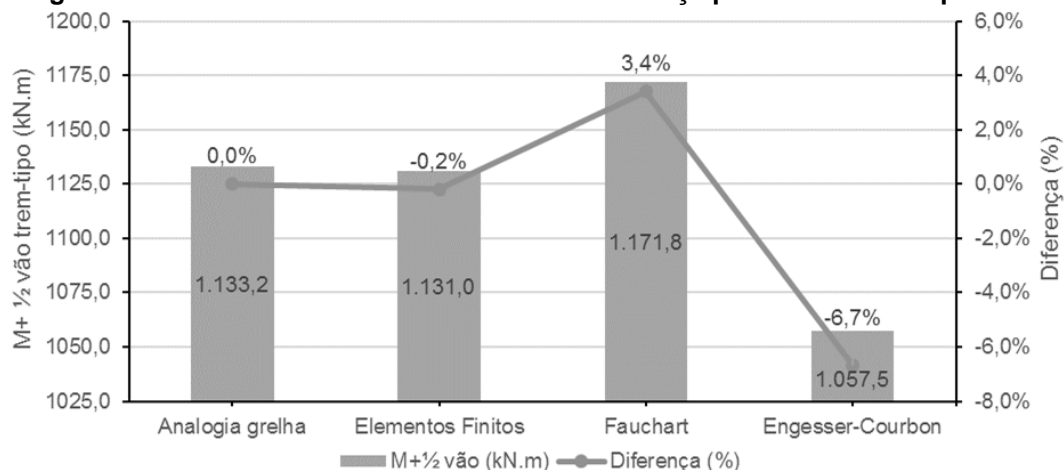
Tabela 6-10 – Comparação entre momentos fletores a $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$ do vão para V2.

Carregamento	Modelo	M+ $\frac{1}{2}$ vão	Dif (%)	M+ $\frac{1}{4}$ vão	Dif (%)
Trem-tipo	AG	1133,19	0,0%	1394,36	-
	MEF	1131,04	-0,2%	1394,96	0,0%
	FA	1171,84	3,4%	878,88	-37,0%
	EC	1057,54	-6,7%	796,95	-42,8%
Multidão	AG	3019,61	0,0%	2342,97	-
	MEF	3054,08	1,1%	2278,39	-2,8%
	FA	3067,56	1,6%	2321,39	-0,9%
	EC	3047,20	0,9%	2305,99	-1,6%
Permanente	AG	7777,24	0,0%	5348,82	-
	MEF	7787,46	0,1%	5334,67	-0,3%
	FA	7489,32	-3,7%	5557,87	3,9%
	EC	7599,75	-2,3%	5643,56	5,5%
Total	AG	11930,04	0,0%	9086,14	-
	MEF	11972,58	0,4%	9008,02	-0,9%
	FA	11728,72	-1,7%	8758,15	-3,6%
	EC	11704,49	-1,9%	8746,50	-3,7%

* Momentos fletores em kN.m

Fonte: Autoria Própria.

Figura 6-23 – Momentos fletores máximos e diferença percentual em V2 para TB-450.



Fonte: Autoria Própria.

6.2 CASO 2 – 3L 0T CA 30m

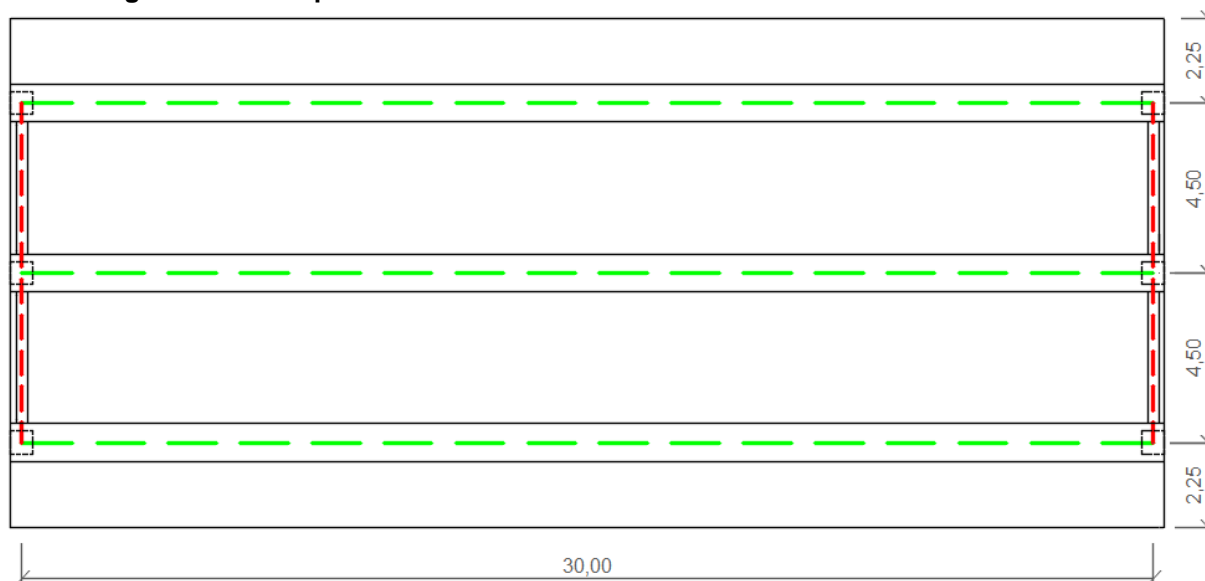
Este caso é semelhante ao anterior, com uma única diferença: não possui transversinas intermediárias. Na Tabela 6-11 encontram-se as principais características do modelo, cujo esquema estrutural foi representado na Figura 6-24.

Tabela 6-11 – Dados gerais do estudo de caso 2 – 3L 0T CA 30m.

Parâmetros caso 2 - 3L 0T CA 30m	
Material da estrutura	Concreto Armado
Inércia à torção	15%
h laje (cm)	25,0
Trem-tipo	TB-450
Carga de multidão (kN/m ²)	5,00
Direção longitudinal	
Dimensão (m)	30,00
Balanço	Não
Nº Longarinas	3
Dist. eixo longarinas (m)	4,50
Direção transversal	
Dimensão (m)	13,50
Balanço (m)	2,25
Nº transversinas internas	0
Dist. eixo transversinas (m)	30,00

Fonte: Autoria própria.

Figura 6-24 – Esquema estrutural do caso 2.



Fonte: Autoria Própria.

As larguras colaborantes das vigas são calculadas da mesma forma do que no caso 1. As seções transversais, as propriedades geométricas e os coeficientes de majoração de cargas móveis são iguais aos apresentados no item 6.1.

6.2.1 Modelo 2 por Engesser-Courbon

Na medida em que o procedimento de Engesser-Courbon supõe rigidez infinita na direção transversal do tabuleiro, e que o gabarito da seção transversal não sofreu alterações, a retirada da transversina intermediária não alterou a Linha de Influência de reações. Os carregamentos acidentais a que as longarinas 1 e 2 estão submetidos são, portanto, os mesmos. Quanto aos carregamentos permanentes, não há mais a parcela devido ao carregamento da transversina intermediária, de modo que se limita ao carregamento distribuído (idêntico ao apresentado na Tabela 6-4 do caso anterior).

6.2.2 Modelo 2 por Fauchart

A Tabela 6-12 mostra os coeficientes de mola vertical e de rotação e o momento de inércia da laje (que neste caso não contou com a rigidez de transversinas) para o modelo por Fauchart.

Tabela 6-12 – Propriedades do modelo do caso 2 por Fauchart.

Propriedade	
$k_{vi} \text{ (kN/m)}$	3814
$k_{ti} \text{ (kN/m)}$	1693
$I_{laje} \text{ (m}^4\text{)}$	0,001302

Fonte: Autoria Própria.

Assim, pode-se definir a Linha de Influência de reações, e, em seguida, os carregamentos atuantes nas longarinas V1 e V2, os quais, por serem semelhantes aos obtidos no caso 1, foram apresentados apenas no Apêndice B

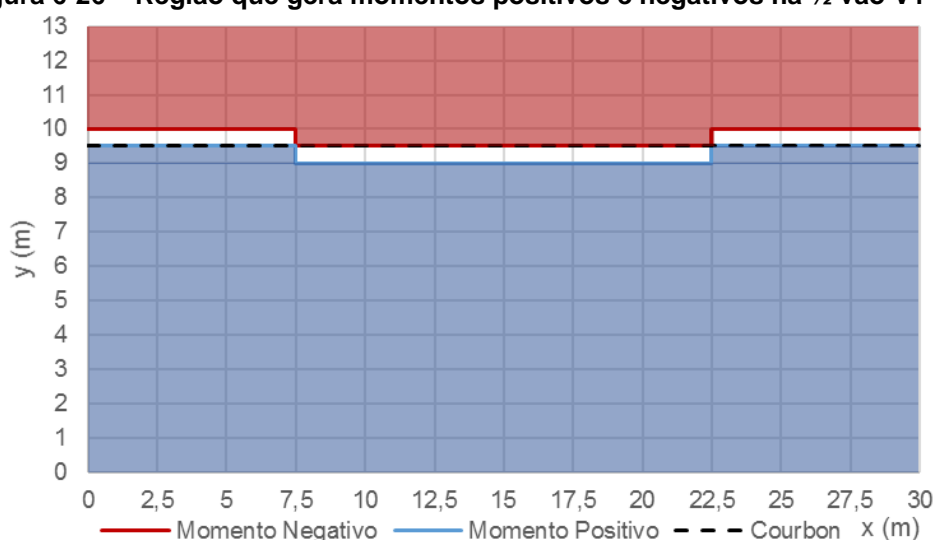
6.2.3 Modelo 2 por Analogia de Grelha

A modelagem e a discretização da estrutura seguiram o mesmo princípio do caso 1. O modelo foi exposto na Figura 6-25, e os carregamentos no Apêndice B.

Figura 6-25 – Modelo de analogia de grelha – caso 2.

Fonte: Autoria Própria.

Fez-se também um estudo para obter as posições do tabuleiro a serem carregada com multidão para cada caso de carregamento. A Figura 6-26 indica a área do tabuleiro que, quando carregada com multidão, fornece momentos positivos (em azul) e negativos (vermelho) para uma seção no meio do vão da longarina V1. Ao contrário do caso 1, para o caso 2 esta região não mais coincidiu com o estabelecido por Courbon e nem foi constante ao longo do tabuleiro, devido à menor rigidez transversal.

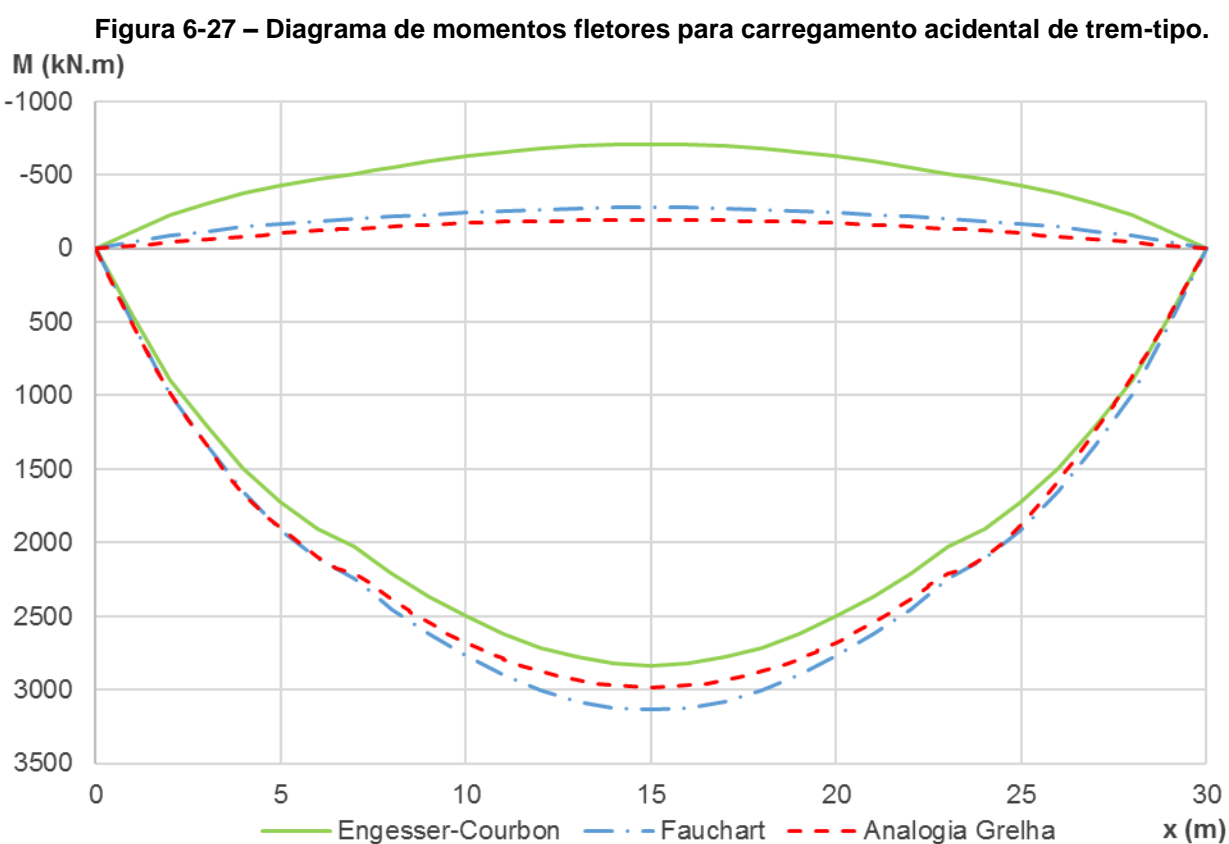
Figura 6-26 – Região que gera momentos positivos e negativos na 1/2 vão V1 – Caso 2.

Fonte: Autoria Própria.

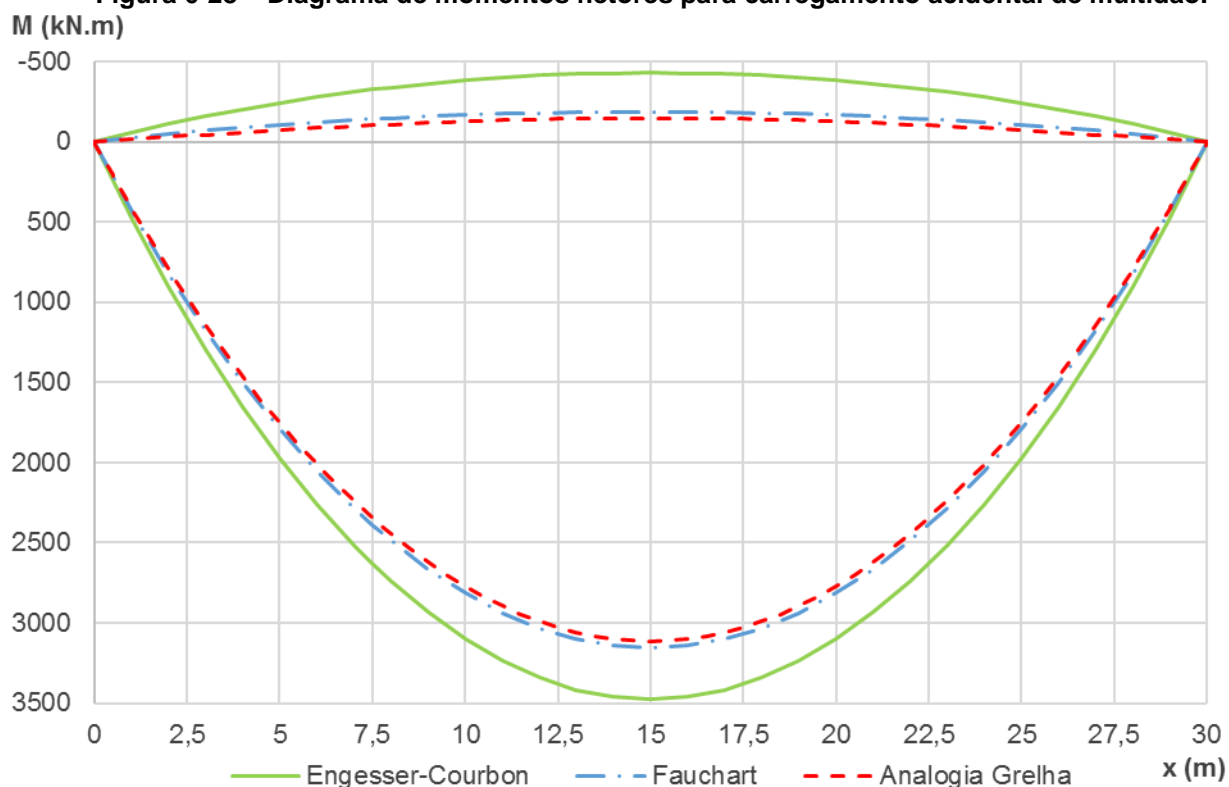
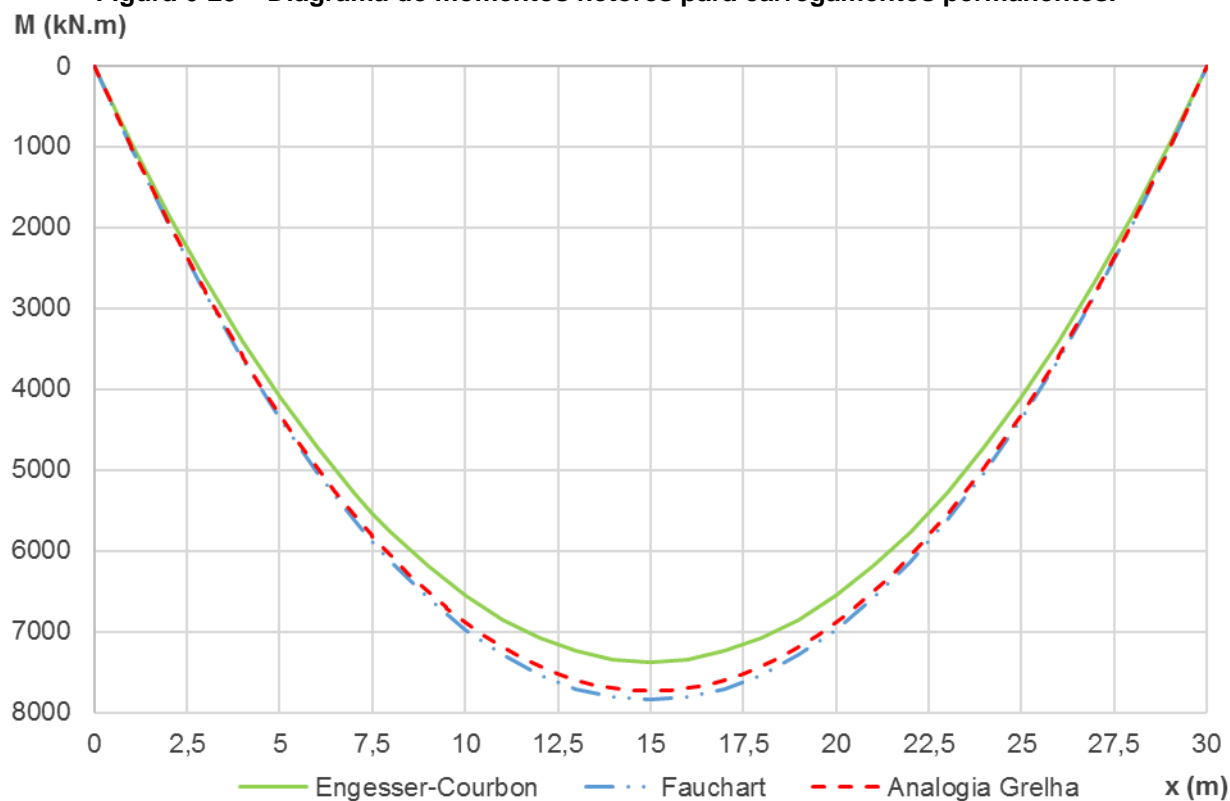
6.2.4 Resultados do Caso 2

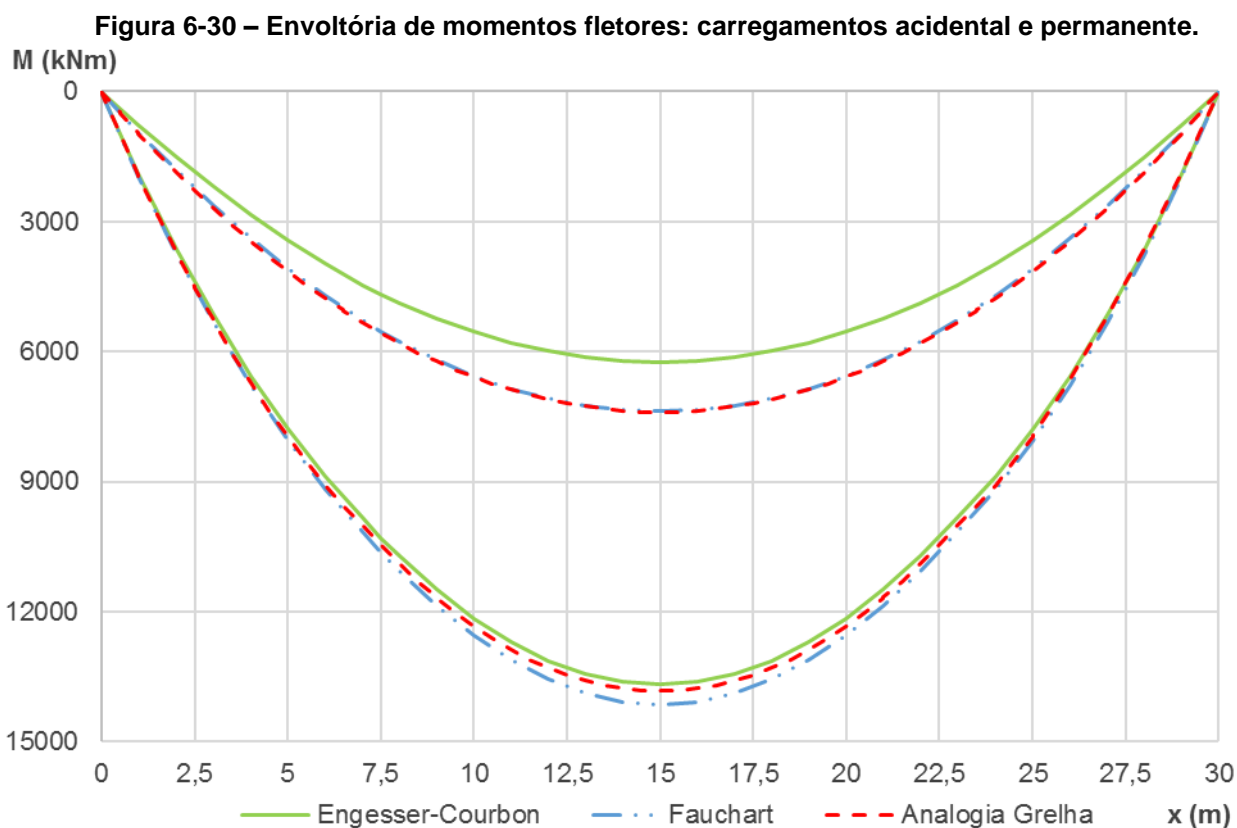
6.2.4.1 Longarina V1

A envoltória de momentos fletores para as cargas móveis do trem-tipo para a longarina V1 foi apresentada na Figura 6-27; para o carregamento de multidão, na Figura 6-28; para os carregamentos permanentes, na Figura 6-29; e, por fim, a envoltória para a combinação dos carregamentos acidentais e permanentes característicos na Figura 6-30.



Fonte: Autoria Própria.

Figura 6-28 – Diagrama de momentos fletores para carregamento accidental de multidão.**Fonte: Autoria Própria.****Figura 6-29 – Diagrama de momentos fletores para carregamentos permanentes.****Fonte: Autoria Própria.**



Fonte: Autoria Própria.

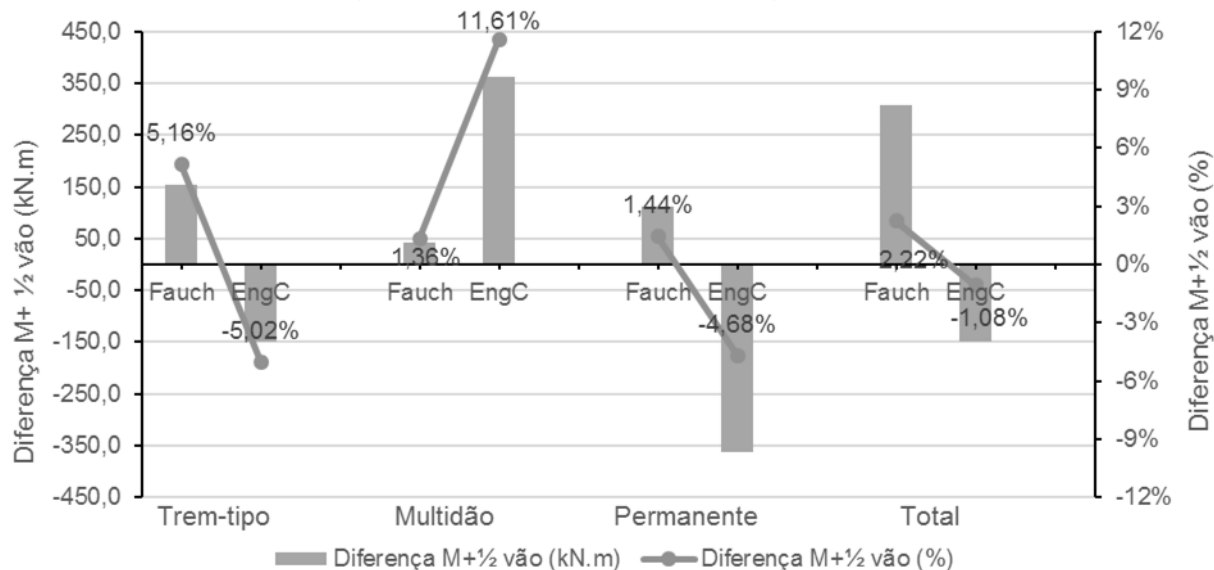
A Tabela 6-13 lista os valores de momentos positivos e negativos para seções a $\frac{1}{2}$ do vão e $\frac{1}{4}$ do vão da longarina V1, caso 2. A Figura 6-31 ilustra as diferenças percentuais para o momento máximo positivo na seção a $\frac{1}{2}$ do vão em relação aos quatro casos de carregamento considerados.

Tabela 6-13 – Comparação entre momentos fletores a $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$ do vão para V1.

Carregamento	Modelo	M+ $\frac{1}{2}$ vão	Dif (%)	M+ $\frac{1}{4}$ vão	Dif (%)	M- $\frac{1}{2}$ vão	Dif (%)	M- $\frac{1}{4}$ vão	Dif (%)
Trem-tipo	AG	2983,35	-	2293,71	-	-193,02	-	-142,58	-
	FA	3137,43	5,2%	2353,07	2,6%	-277,50	43,8%	-208,12	46,0%
	EC	2833,60	-5,0%	2125,20	-7,3%	-708,40	267,0%	-531,30	272,6%
Multidão	AG	3114,65	-	2345,11	-	-147,05	-	-102,74	-
	FA	3156,85	1,4%	2388,97	1,9%	-186,20	26,6%	-140,91	37,1%
	EC	3476,35	11,6%	2630,75	12,2%	-429,15	191,8%	-324,76	216,1%
Permanente	AG	7736,56	-	5817,38	-	-	-	-	-
	FA	7847,64	1,4%	5885,73	1,2%	-	-	-	-
	EC	7374,75	-4,7%	5531,06	-4,9%	-	-	-	-
Total	AG	13834,56	-	10456,20	-	7396,50	0,0%	5572,06	0,0%
	FA	14141,92	2,2%	10627,77	1,6%	7383,94	-0,2%	5536,70	-0,6%
	EC	13684,70	-1,1%	10287,01	-1,6%	6237,20	-15,7%	4675,00	-16,1%

* Momentos fletores em kN.m

Fonte: Autoria Própria.

Figura 6-31 – Diferença de momentos fletores em relação à analogia de grelha para V1.

Fonte: Autoria Própria.

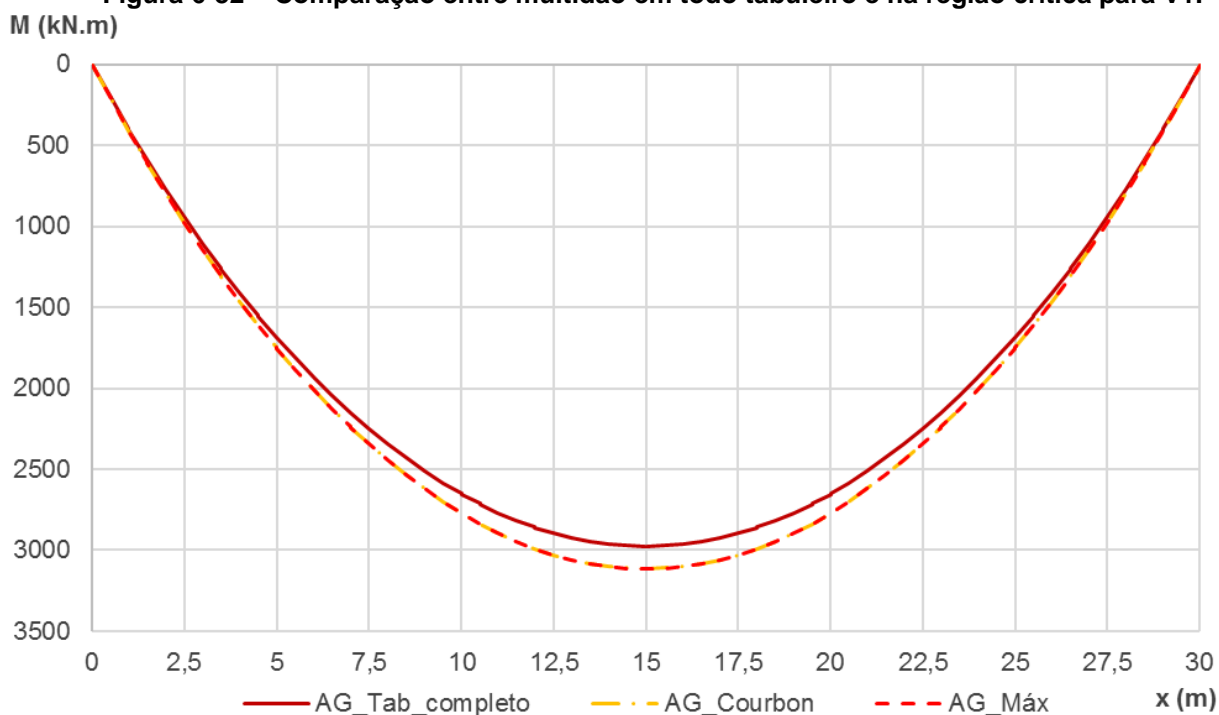
A Tabela 6-14 demonstra a comparação dos valores de momentos fletores máximos para a situação com o carregamento de multidão em todo o tabuleiro (AG_Tab_Completo) e conforme o estabelecido pelo procedimento de Engesser-Courbon (AG_Courbon), em relação à situação considerada crítica (AG_Máx). A Figura 6-32 representa graficamente esta comparação de momentos fletores.

Tabela 6-14 – Diferença entre considerações para o carregamento de multidão.

Carregamento	Diferença (%)	
	AG_Tab_Completo	AG_Courbon
Multidão	4,68%	0,02%
Acidental	2,34%	0,01%
Total	1,02%	0,00%

Fonte: Autoria Própria.

Figura 6-32 – Comparação entre multidão em todo tabuleiro e na região crítica para V1.

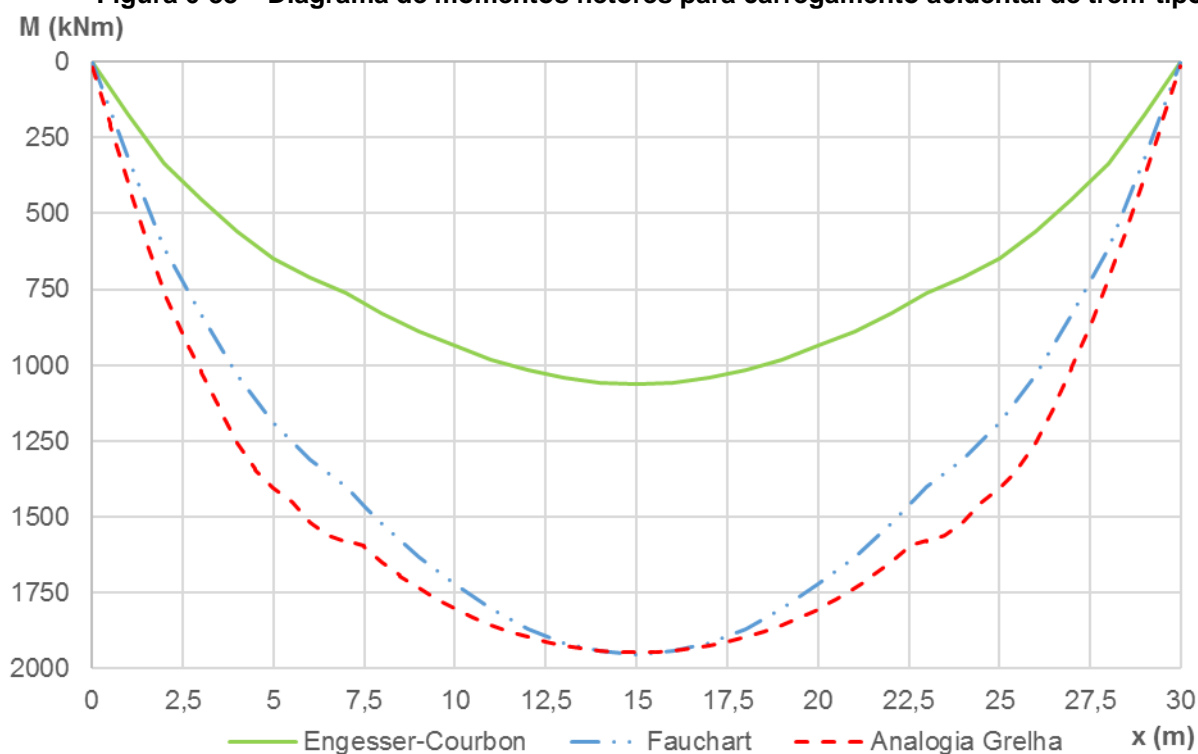


Fonte: Autoria Própria.

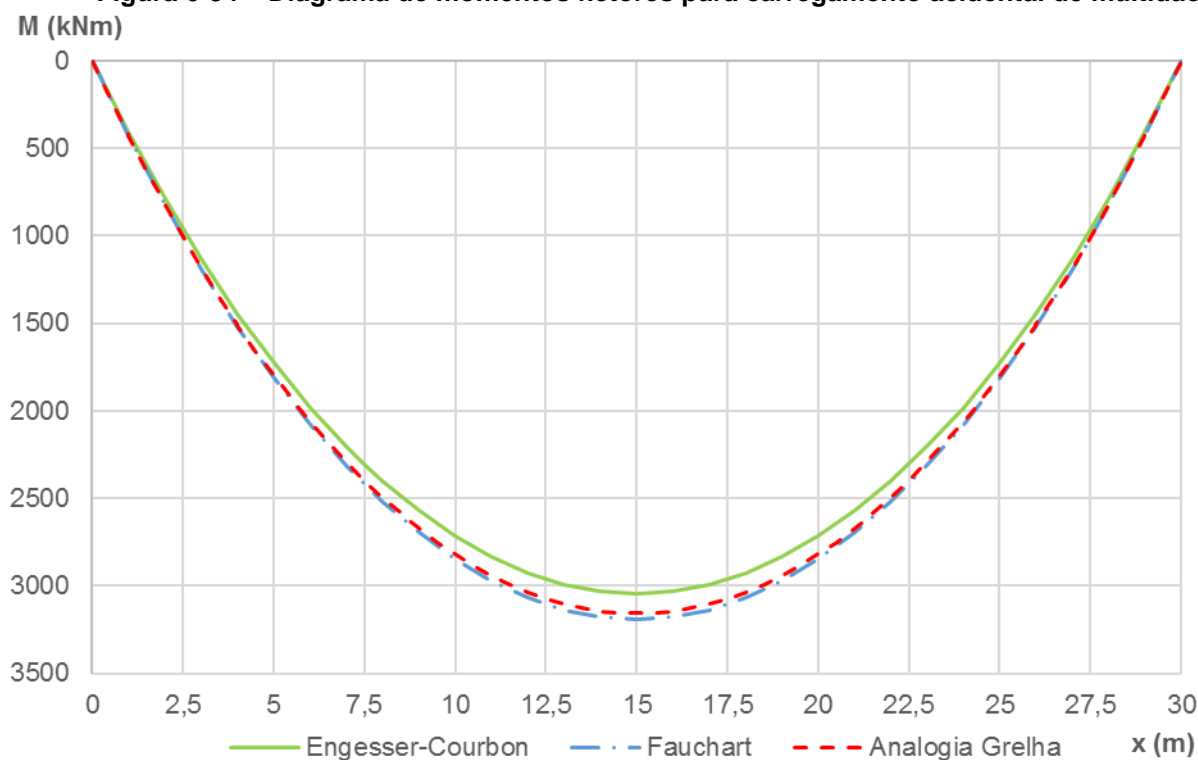
6.2.4.2 Longarina V2

A envoltória de momentos fletores para as de trem-tipo para a longarina V2 foi apresentada na Figura 6-33; para o carregamento de multidão, na Figura 6-34; para os carregamentos permanentes, na Figura 6-35; e a envoltória para a combinação dos carregamentos acidentais e permanentes característicos na Figura 6-36.

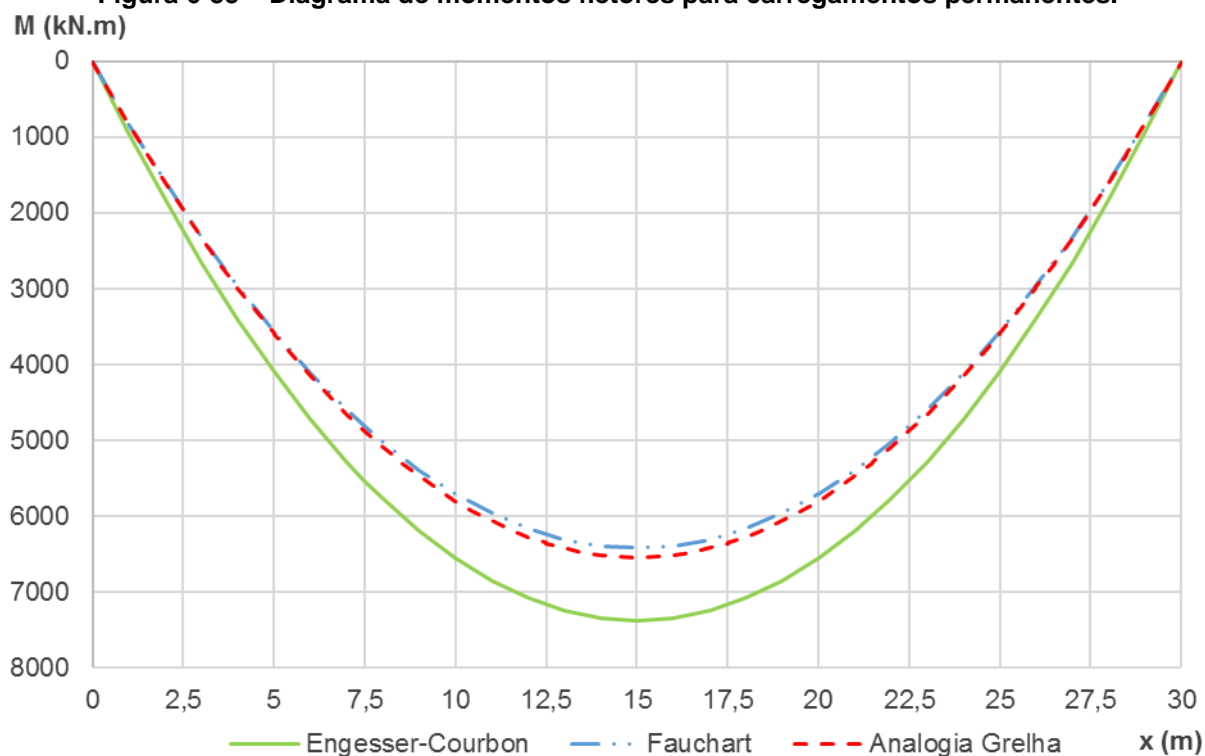
Pode-se reparar, na Figura 6-34, que no modelo de analogia de grelha não há mais o efeito localizado de distribuição de esforços causado pela transversina, de modo que os momentos fletores foram muito superiores aos do modelo de Engesser-Courbon. O modelo de Fauchart, por outro lado, representou adequadamente esta menor eficiência na distribuição dos esforços.

Figura 6-33 – Diagrama de momentos fletores para carregamento accidental de trem-tipo.

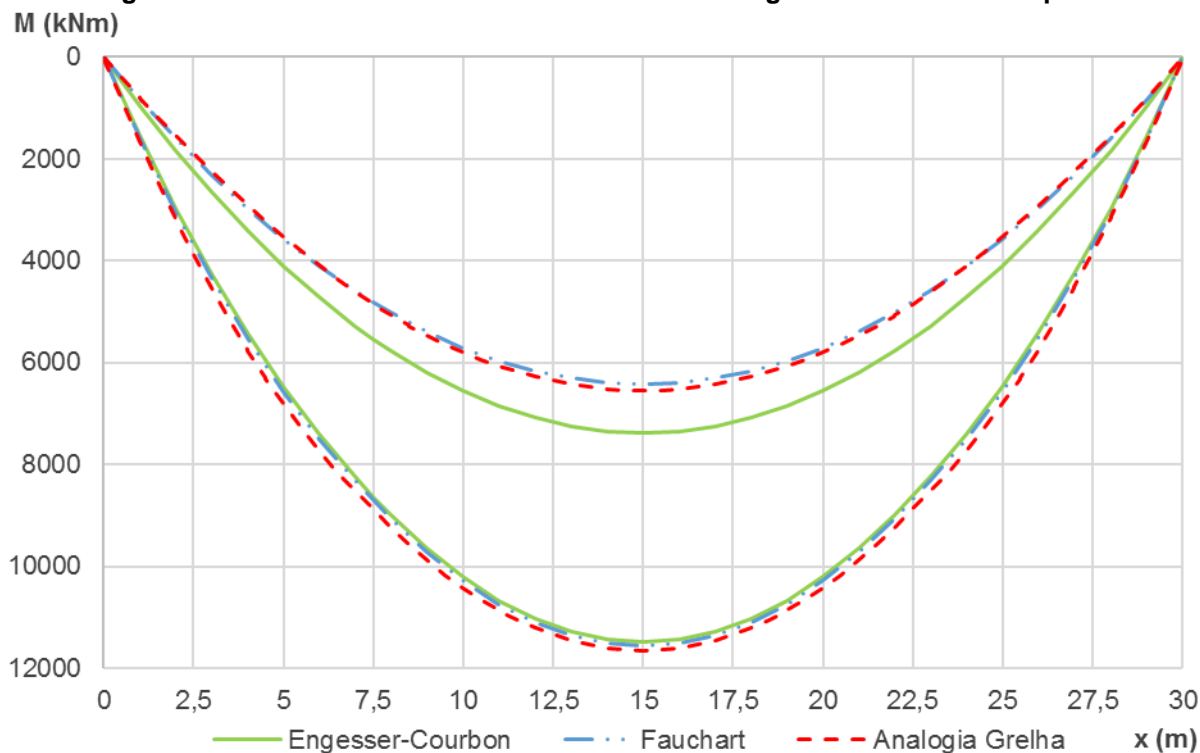
Fonte: Autoria Própria.

Figura 6-34 – Diagrama de momentos fletores para carregamento accidental de multidão.

Fonte: Autoria Própria.

Figura 6-35 – Diagrama de momentos fletores para carregamentos permanentes.

Fonte: Autoria Própria.

Figura 6-36 – Envoltória de momentos fletores: carregamentos acidental e permanente.

Fonte: Autoria Própria.

A Tabela 6-15 lista os valores de momentos positivos e negativos para seções a $\frac{1}{2}$ do vão e $\frac{1}{4}$ do vão da longarina V2, caso 2. A Figura 6-37 ilustra as diferenças percentuais para o momento máximo positivo na seção a $\frac{1}{2}$ do vão em relação aos quatro casos de carregamento considerados.

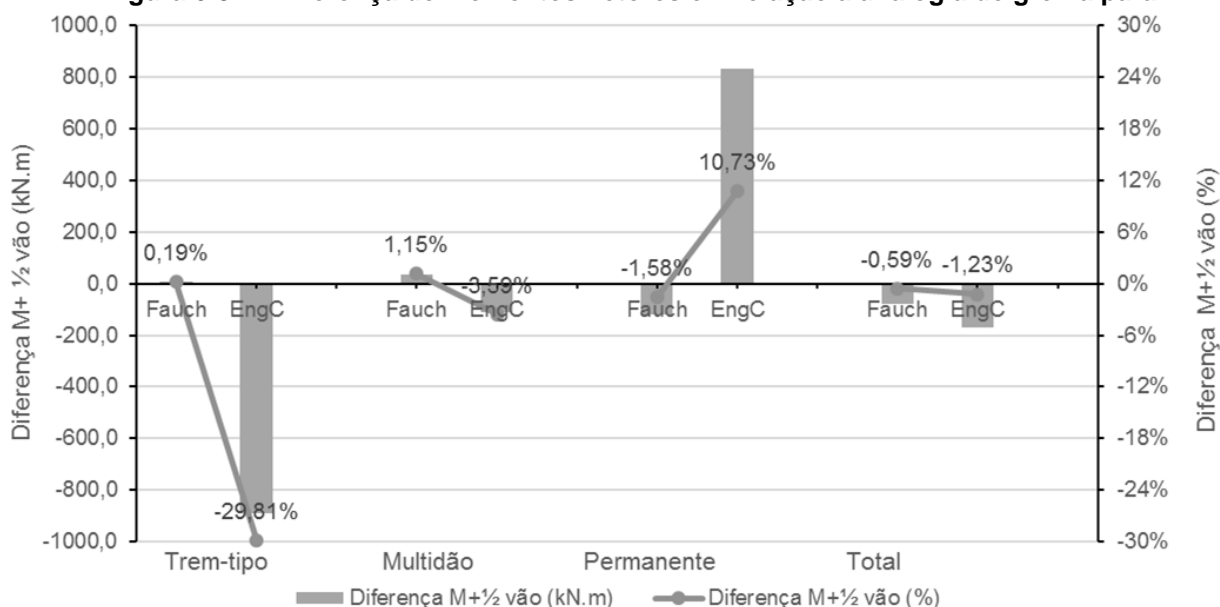
Tabela 6-15 – Comparação entre momentos fletores a $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$ do vão para V2.

Carregamento	Modelo	M+ $\frac{1}{2}$ vão	Dif (%)	M+ $\frac{1}{4}$ vão	Dif (%)
Trem-tipo	AG	1946,89	0,0%	1597,40	-
	FA	1952,53	0,3%	1464,40	-8,3%
	EC	1057,54	-45,7%	796,95	-50,1%
Multidão	AG	3158,97	0,0%	2398,21	-
	FA	3194,81	1,1%	2417,69	0,8%
	EC	3047,20	-3,5%	2305,99	-3,8%
Permanente	AG	6544,44	0,0%	4877,66	-
	FA	6421,85	-1,9%	4816,39	-1,3%
	EC	7374,75	12,7%	5531,06	13,4%
Total	AG	11650,30	0,0%	8873,27	-
	FA	11569,18	-0,7%	8698,47	-2,0%
	EC	11479,49	-1,5%	8634,00	-2,7%

* Momentos fletores em kN.m

Fonte: Autoria Própria.

Figura 6-37 – Diferença de momentos fletores em relação à analogia de grelha para V2.



Fonte: Autoria Própria.

6.3 CASO 3 – 3L 3T CA 30m

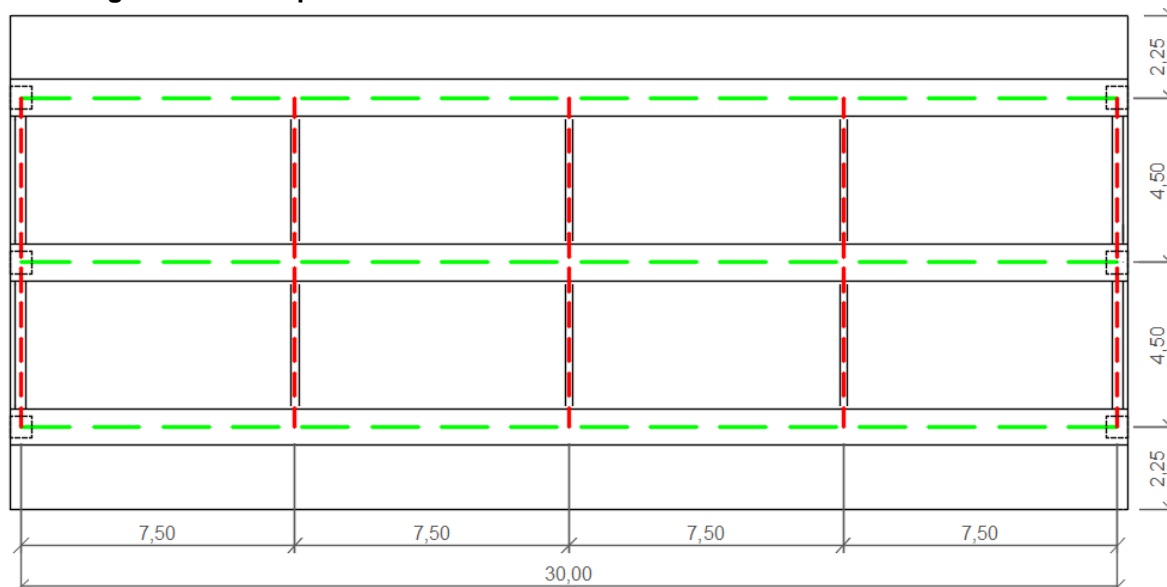
Semelhante ao caso 1, porém possui três transversinas intermediárias. Na Tabela 6-16 encontram-se as principais características do modelo, cujo esquema estrutural foi representado na Figura 6-38.

Tabela 6-16 – Dados gerais do estudo de caso 3 – 3L 3T CA 30m.

Parâmetros caso 3 - 3L 3T CA 30m	
Material da estrutura	Concreto Armado
Inércia à torção	15%
h laje (cm)	25,0
Trem-tipo	TB-450
Carga de multidão (kN/m ²)	5,00
Direção longitudinal	
Dimensão (m)	30,00
Balanço	Não
Nº Longarinas	3
Dist. eixo longarinas (m)	4,50
Direção transversal	
Dimensão (m)	13,50
Balanço (m)	2,25
Nº transversinas internas	3
Dist. eixo transversinas (m)	7,50

Fonte: Autoria própria.

Figura 6-38 – Esquema estrutural do caso 3.



Fonte: Autoria Própria.

As larguras colaborantes das vigas são calculadas da mesma forma do que para os casos 1 e 2, e apresentam os mesmos valores, de forma que as seções transversais e as propriedades geométricas não serão repetidas. O mesmo ocorre para os coeficientes de majoração das cargas móveis.

6.3.1 Modelo 3 por Engesser-Courbon

Na medida em que o procedimento de Engesser-Courbon supõe rigidez infinita na direção transversal do tabuleiro, e que o gabarito da seção transversal não sofreu alterações, a retirada da transversina intermediária não alterou a Linha de Influência de reações. Os carregamentos acidentais a que as longarinas 1 e 2 estão submetidos são, portanto, os mesmos. Quanto aos carregamentos permanentes, neste modelo há três cargas concentradas devido ao peso próprio das transversinas intermediárias. A tabela com os carregamentos atuantes para este modelo está no Apêndice B.

6.3.2 Modelo 3 por Fauchart

A Tabela 6-17 lista os coeficientes de mola vertical e de rotação e o momento de inércia da laje equivalente para o modelo por Fauchart. Desta forma, pode-se definir a Linha de Influência de reações, e, em seguida, os carregamentos atuantes nas longarinas V1 e V2, apresentados no Apêndice B.

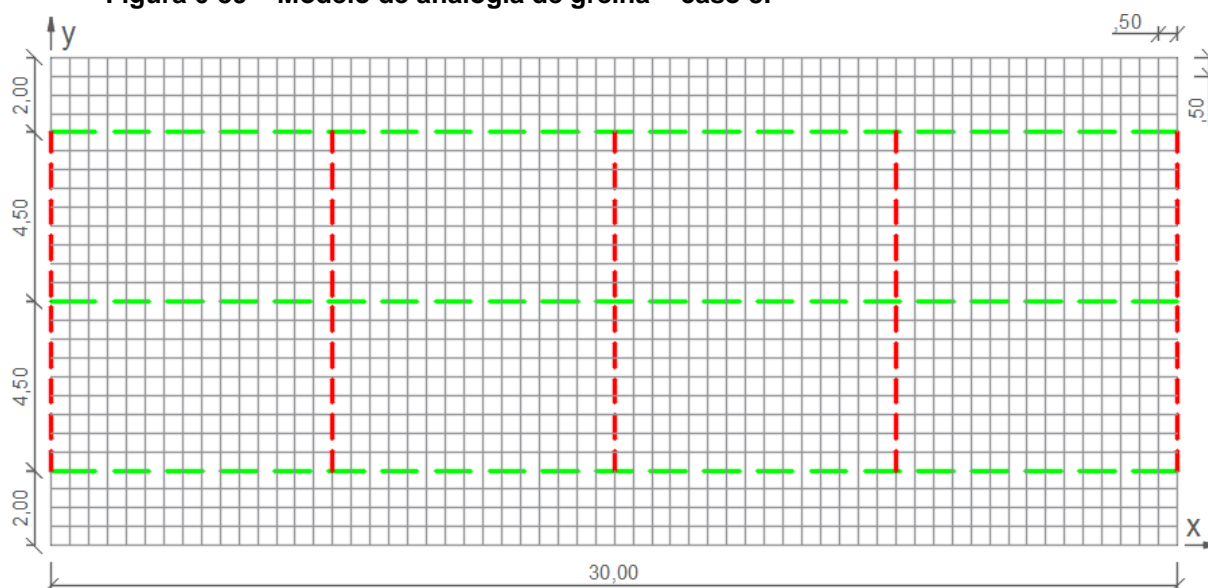
Tabela 6-17 – Propriedades do modelo do caso 3 por Fauchart.

Propriedade	
k_{vi} (kN/m)	3814
k_{tij} (kN.m.rad)	1693
I_{Laje_eq} (m ⁴)	0,05559

Fonte: Autoria Própria.

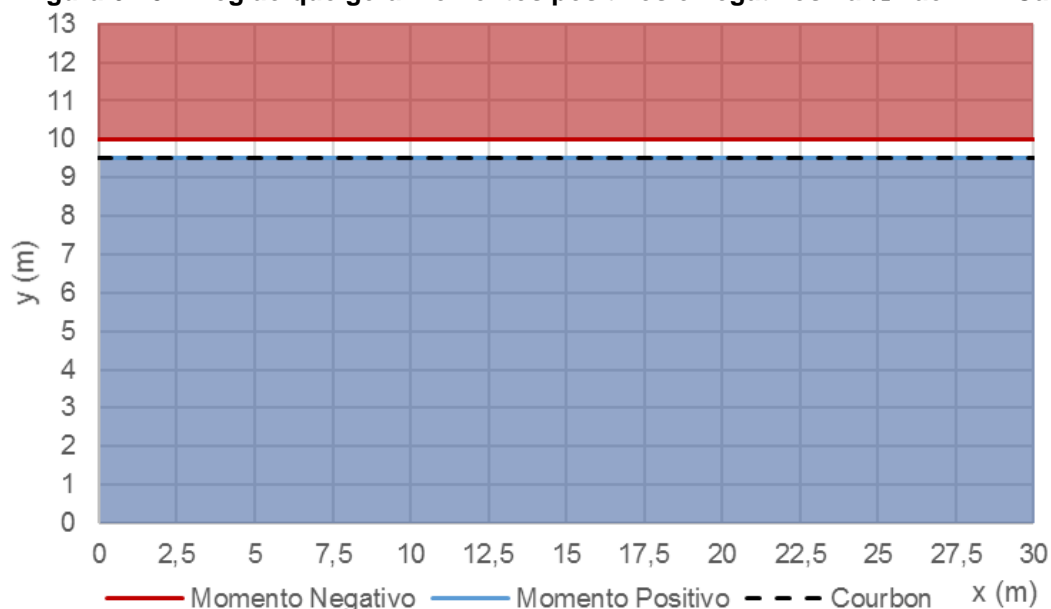
6.3.3 Modelo 3 por Analogia de Grelha

A modelagem e a discretização da estrutura seguiram o mesmo princípio adotado para o caso 1. O modelo utilizado foi exposto na Figura 6-39, e os carregamentos são apresentados no Apêndice B.

Figura 6-39 – Modelo de analogia de grelha – caso 3.

Fonte: Autoria Própria.

Fez-se também um estudo para obter a posição do tabuleiro a ser carregada com multidão para cada caso de carregamento. O gráfico que indica a área do tabuleiro que fornece momentos positivos e negativos para uma seção no meio do vão da longarina V1 está indicado na Figura 6-40.

Figura 6-40 – Região que gera momentos positivos e negativos na $\frac{1}{2}$ vão V1 – Caso 3.

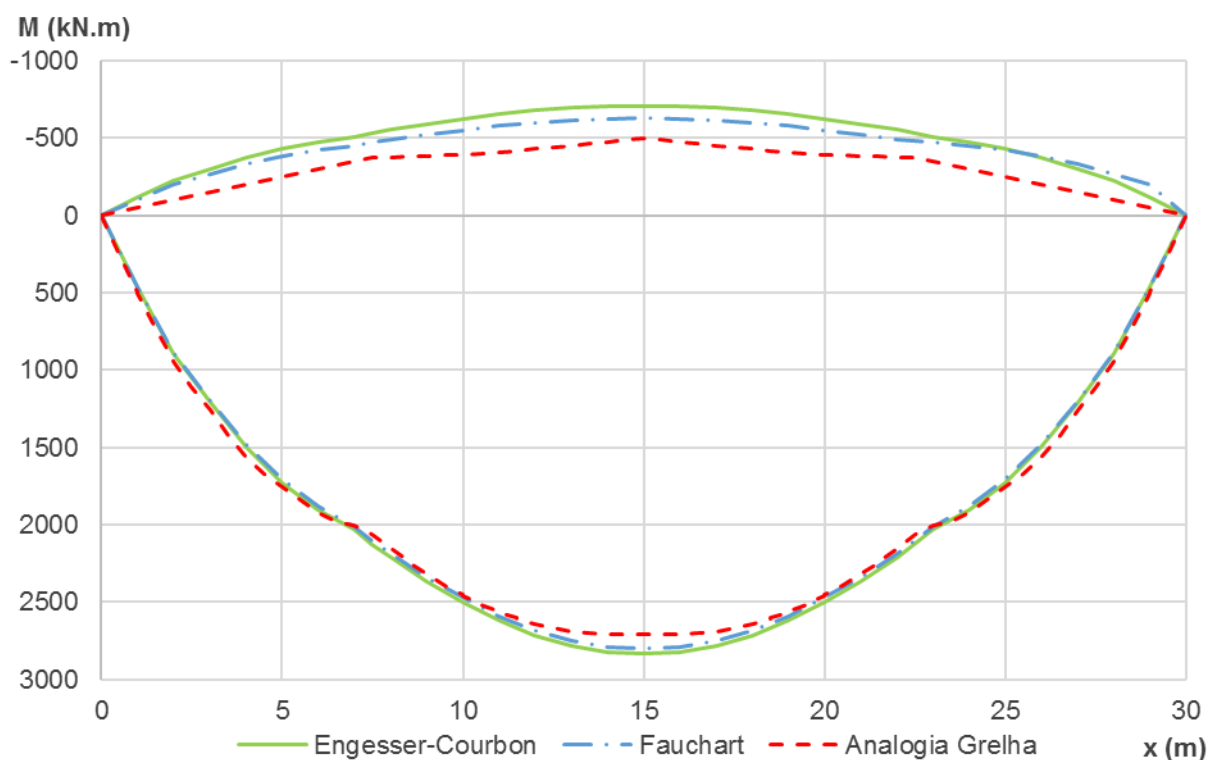
Fonte: Autoria Própria.

6.3.4 Resultados do Caso 3

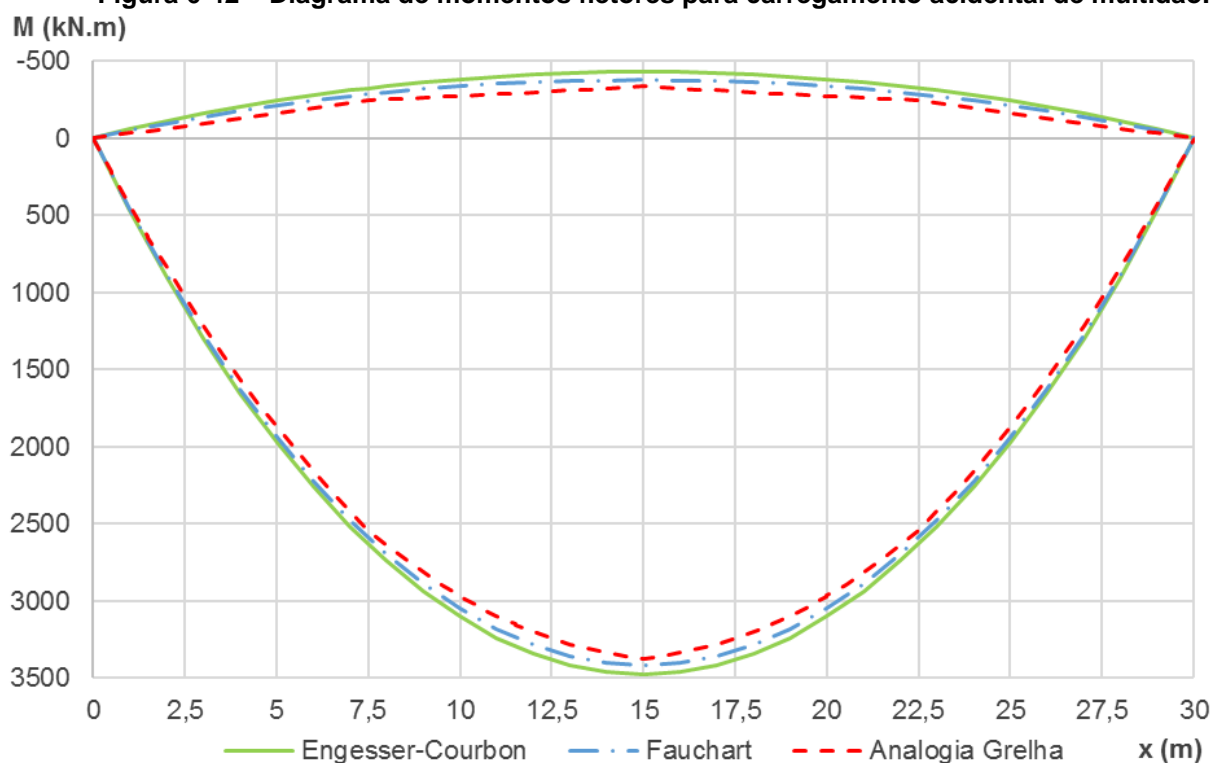
6.3.4.1 Longarina V1

A envoltória de momentos fletores para as cargas móveis do trem-tipo para a longarina V1 foi apresentada na Figura 6-41; para o carregamento de multidão, na Figura 6-42; para os carregamentos permanentes, na Figura 6-43; e, por fim, a envoltória para a combinação dos carregamentos acidentais e permanentes característicos na Figura 6-44.

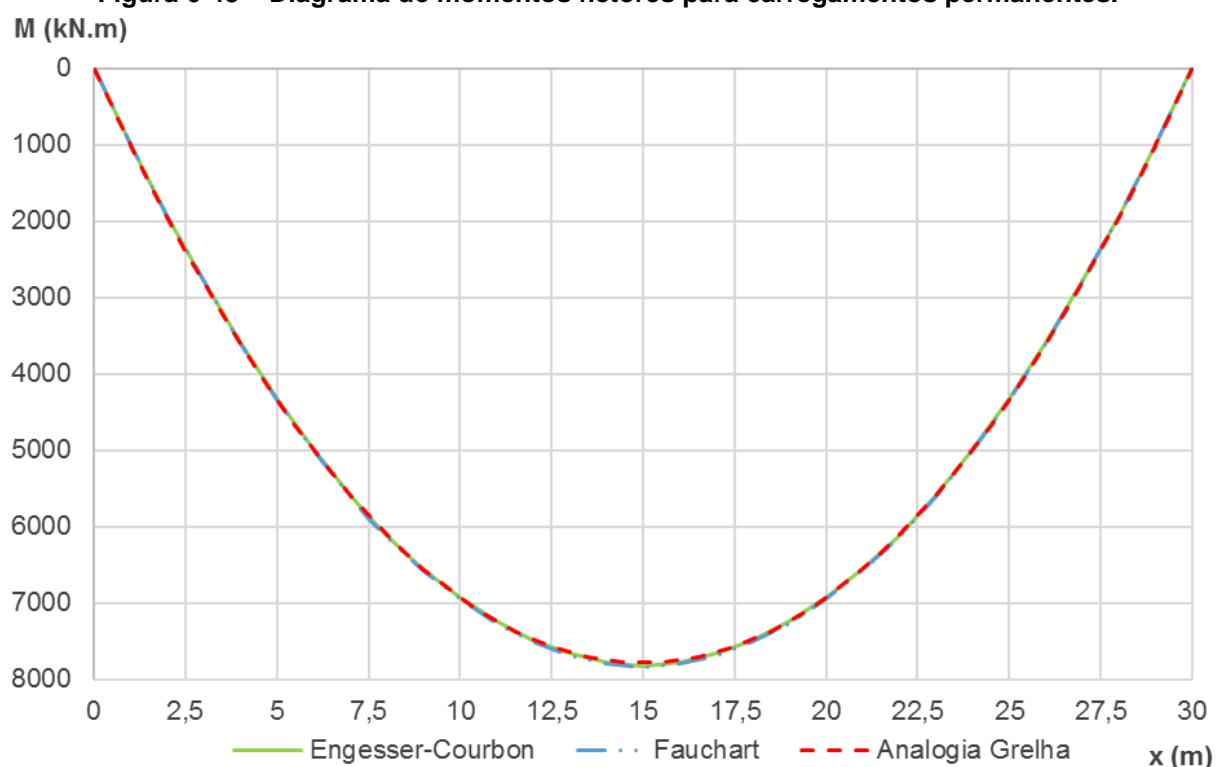
Figura 6-41 – Diagrama de momentos fletores para carregamento accidental de trem-tipo.



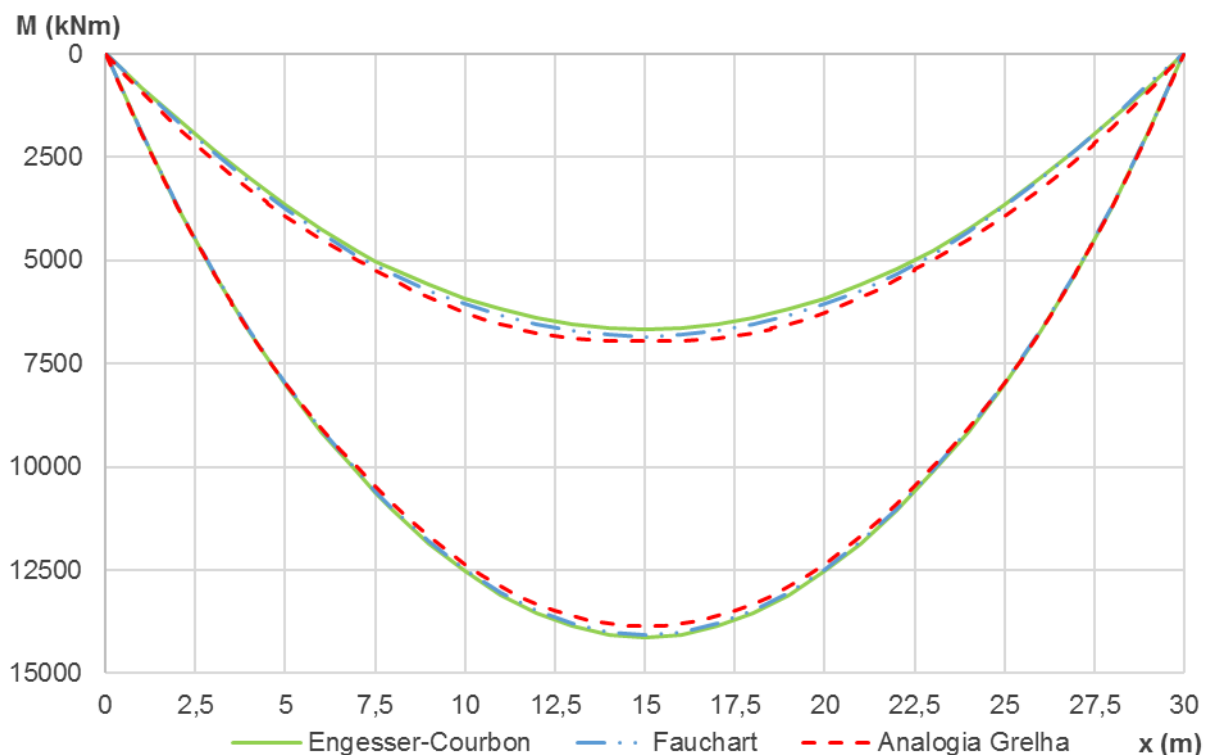
Fonte: Autoria Própria.

Figura 6-42 – Diagrama de momentos fletores para carregamento accidental de multidão.

Fonte: Autoria Própria.

Figura 6-43 – Diagrama de momentos fletores para carregamentos permanentes.

Fonte: Autoria Própria.

Figura 6-44 – Envoltória de momentos fletores: carregamentos acidental e permanente.

Fonte: Autoria Própria.

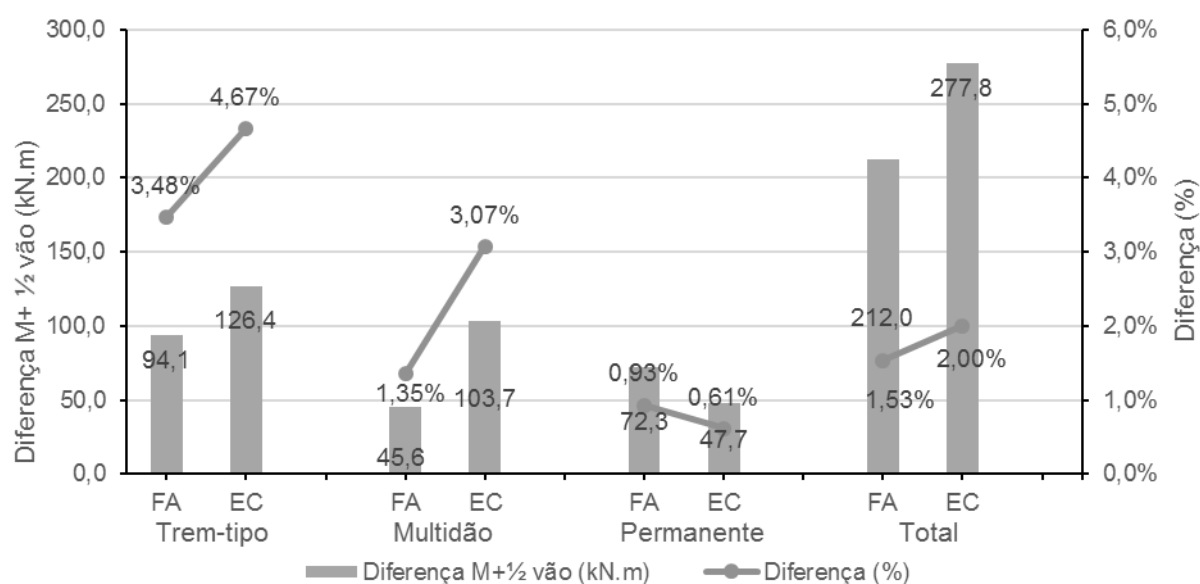
A Tabela 6-18 lista os valores de momentos positivos e negativos para seções a $\frac{1}{2}$ do vão e $\frac{1}{4}$ do vão da longarina V1, caso 3. A Figura 6-45 ilustra as diferenças percentuais para o momento máximo positivo na seção a $\frac{1}{2}$ do vão em relação aos quatro casos de carregamento considerados.

Tabela 6-18 – Comparação entre momentos fletores a $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$ do vão para V1 – Caso 3.

Carregamento	Modelo	M+ $\frac{1}{2}$ vão	Dif (%)	M+ $\frac{1}{4}$ vão	Dif (%)
Trem-tipo	AG	1231,13	0,0%	996,03	-
	FA	1120,83	-9,0%	840,62	-15,6%
	EC	1057,54	-14,1%	796,95	-20,0%
Multidão	AG	3047,15	0,0%	2319,11	-
	FA	3056,95	0,3%	2313,37	-0,2%
	EC	3047,20	0,0%	2305,99	-0,6%
Permanente	AG	7824,30	0,0%	5835,19	-
	FA	7772,44	-0,7%	5829,33	-0,1%
	EC	7824,75	0,0%	5868,56	0,6%
Total	AG	12102,58	0,0%	9150,33	-
	FA	11950,22	-1,3%	8983,32	-1,8%
	EC	11929,49	-1,4%	8971,50	-2,0%

* Momentos fletores em kN.m

Fonte: Autoria Própria.

Figura 6-45 – Diferença de momentos fletores em relação à analogia de grelha para V1.

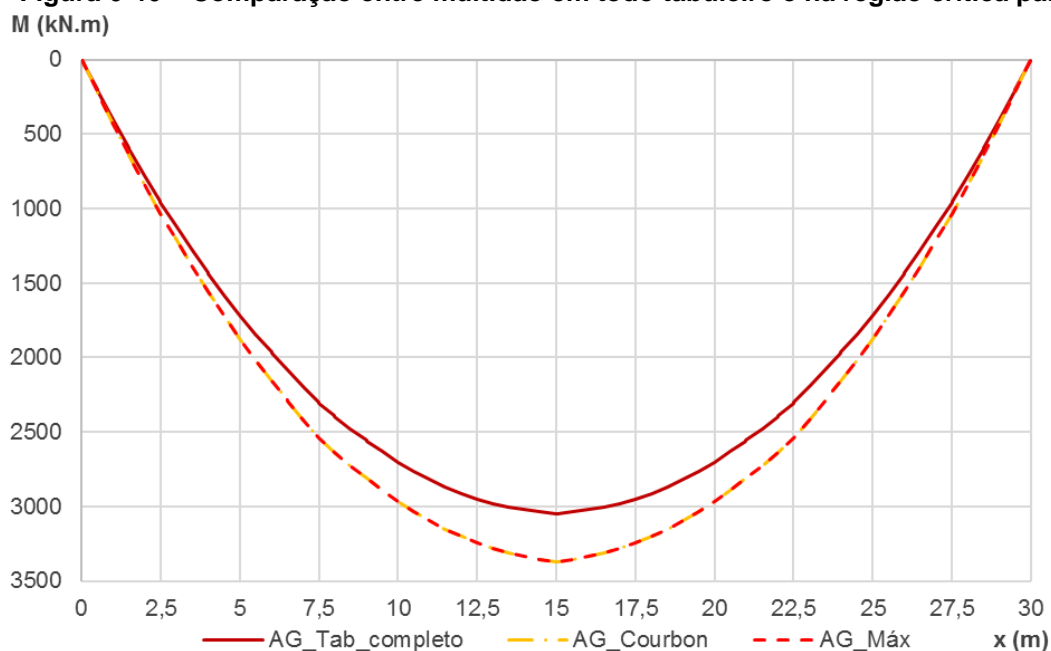
Fonte: Autoria Própria.

A Tabela 6-19 demonstra a comparação dos valores de momentos fletores máximos para a situação com o carregamento de multidão em todo o tabuleiro (AG_Tab_Completo) e conforme o estabelecido pelo procedimento de Engesser-Courbon (AG_Courbon), em relação à situação considerada crítica (AG_Máx). A Figura 6-46 representa graficamente esta comparação de momentos fletores.

Tabela 6-19 – Diferença entre considerações para o carregamento de multidão.

Carregamento	Diferença (%)	
	AG_Tab_Completo	AG_Courbon
Multidão	10,73%	0,00%
Acidental	5,68%	0,00%
Total	2,42%	0,00%

Fonte: Autoria Própria.

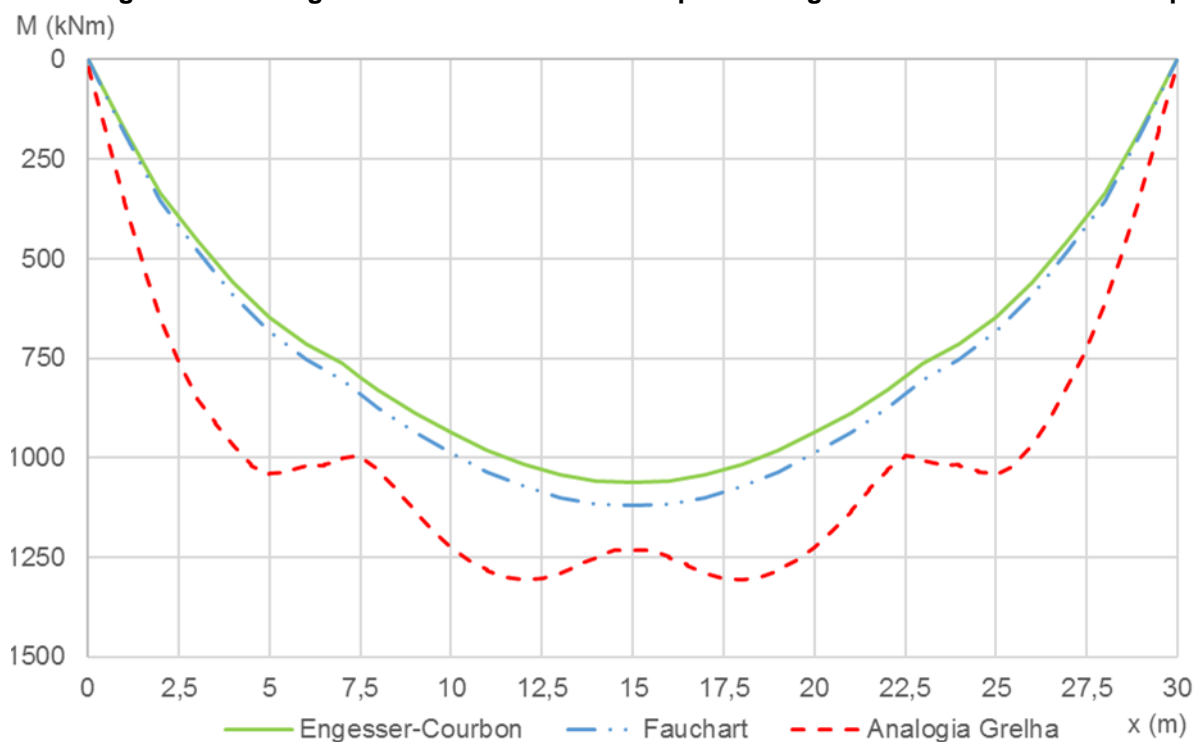
Figura 6-46 – Comparação entre multidão em todo tabuleiro e na região crítica para V1.

Fonte: Autoria Própria.

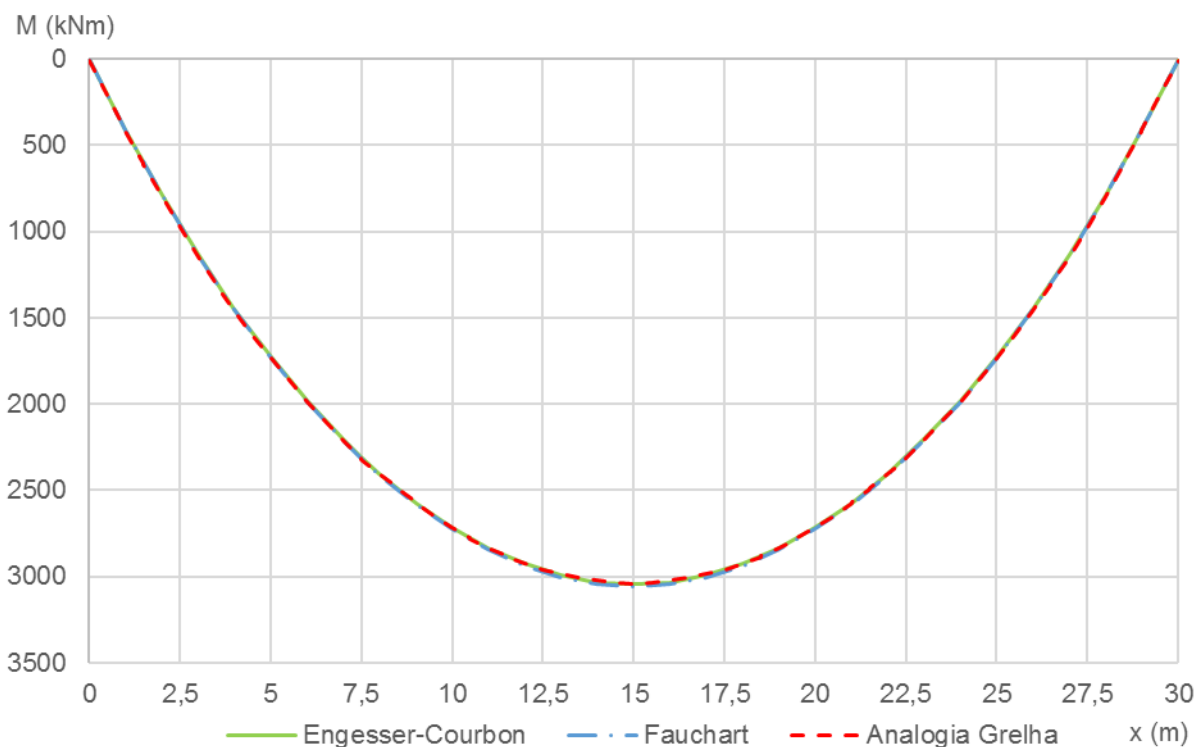
6.3.4.2 Longarina V2

A envoltória de momentos fletores para as de trem-tipo para a longarina V2 foi apresentada na Figura 6-47; para o carregamento de multidão, na Figura 6-48; para os carregamentos permanentes, na Figura 6-49; e a envoltória para a combinação dos carregamentos acidentais e permanentes característicos na Figura 6-50.

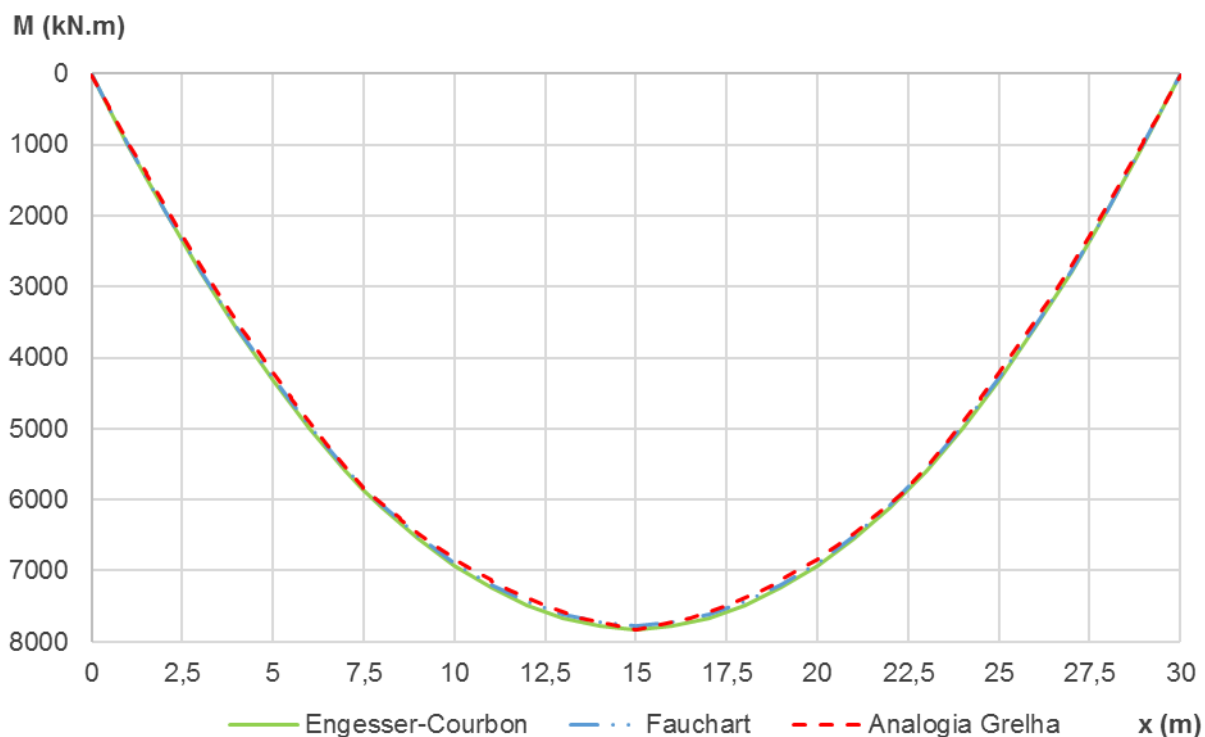
Na Figura 6-47, devido às três transversinas deste caso, são evidentes os três pontos de transmissão de esforços no modelo por Analogia de Grelha, o que não ocorre nos modelos simplificados, por representarem este efeito não de forma discreta, mas distribuída.

Figura 6-47 – Diagrama de momentos fletores para carregamento accidental de trem-tipo.

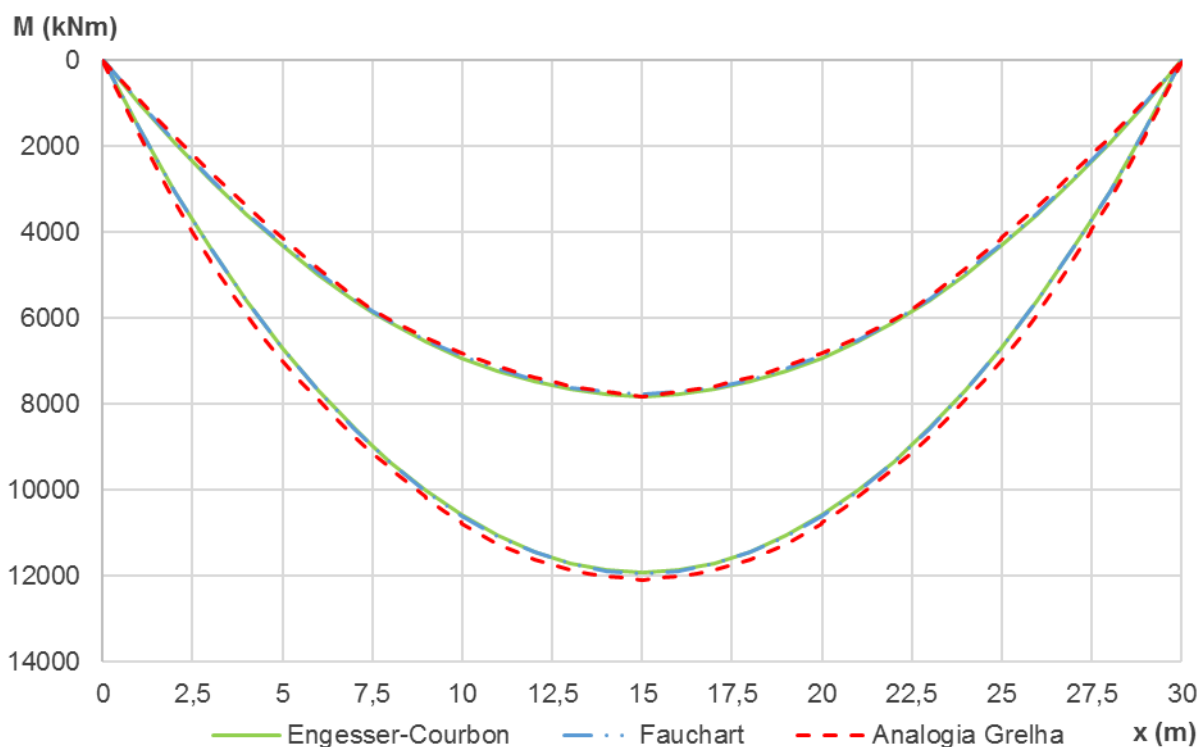
Fonte: Autoria Própria.

Figura 6-48 – Diagrama de momentos fletores para carregamento accidental de multidão.

Fonte: Autoria Própria.

Figura 6-49 – Diagrama de momentos fletores para carregamentos permanentes.

Fonte: Autoria Própria.

Figura 6-50 – Envolvória de momentos fletores: carregamentos acidental e permanente.

Fonte: Autoria Própria.

A Tabela 6-20 lista os valores de momentos positivos e negativos para seções a $\frac{1}{2}$ do vão e $\frac{1}{4}$ do vão da longarina V2, caso 3. A Figura 6-51 ilustra as diferenças percentuais para o momento máximo positivo na seção a $\frac{1}{2}$ do vão em relação aos quatro casos de carregamento considerados.

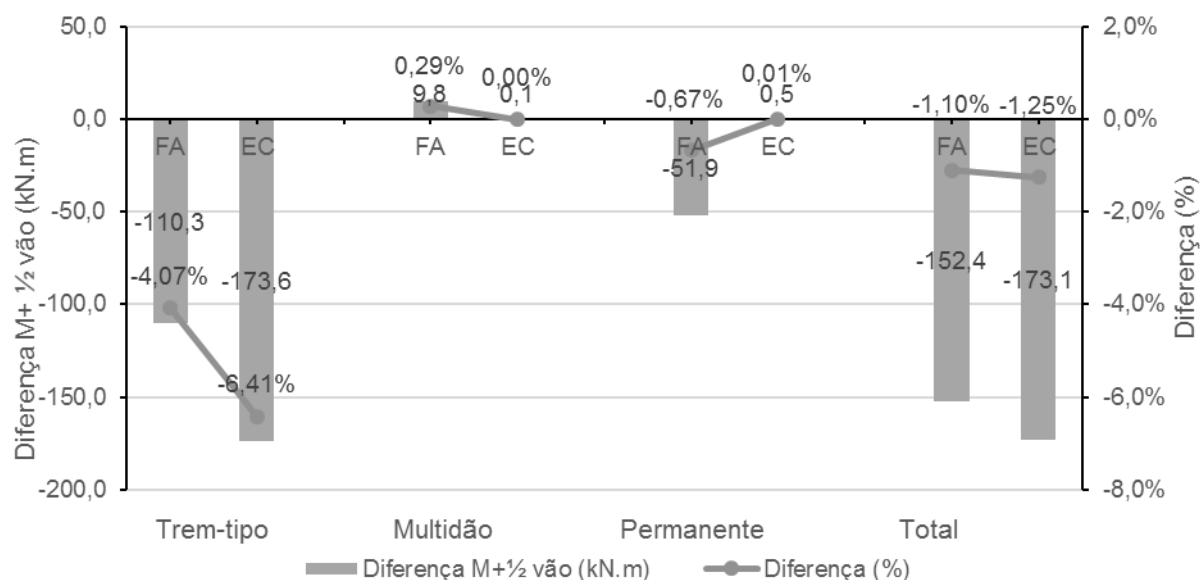
Tabela 6-20 – Comparação entre momentos fletores a $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$ do vão para V2.

Carregamento	Modelo	M+ $\frac{1}{2}$ vão	Dif (%)	M+ $\frac{1}{4}$ vão	Dif (%)
Trem-tipo	AG	1231,13	0,0%	996,03	-
	FA	1120,83	-9,0%	840,62	-15,6%
	EC	1057,54	-14,1%	796,95	-20,0%
Multidão	AG	3047,15	0,0%	2319,11	-
	FA	3056,95	0,3%	2313,37	-0,2%
	EC	3047,20	0,0%	2305,99	-0,6%
Permanente	AG	7824,30	0,0%	5835,19	-
	FA	7772,44	-0,7%	5829,33	-0,1%
	EC	7824,75	0,0%	5868,56	0,6%
Total	AG	12102,58	0,0%	9150,33	-
	FA	11950,22	-1,3%	8983,32	-1,8%
	EC	11929,49	-1,4%	8971,50	-2,0%

* Momentos fletores em kN.m

Fonte: Autoria Própria.

Figura 6-51 – Diferença de momentos fletores em relação à analogia de grelha para V2.



Fonte: Autoria Própria.

6.4 CASO 4 – 3L 1T CP 30m

Semelhante ao caso 1, porém com longarinas e transversinas protendidas (não foi aplicada a redução de 85% da inércia à torção por considerar-se que o concreto não irá fissurar nas condições de serviço). Na Tabela 6-21 encontram-se as principais características do modelo, cujo esquema estrutural é igual ao do caso 1 (Figura 6-1), de modo que não foi repetido.

Tabela 6-21 – Dados gerais do estudo de caso 4 – 3L 1T CP 30m.

Parâmetros caso 4 - 3L 1T CP 30m	
Material da estrutura	Concreto Protendido
Inércia à torção ($G^* J_p$)	100%
h laje (cm)	25,0
Trem-tipo	TB-450
Carga de multidão (kN/m^2)	5,00
Direção longitudinal	
Dimensão (m)	30,00
Balanço	Não
Nº Longarinas	3
Dist. eixo longarinas (m)	4,50
Direção transversal	
Dimensão (m)	13,50
Balanço (m)	2,25
Nº transversinas internas	1
Dist. eixo transversinas (m)	15,00

Fonte: Autoria própria.

As larguras colaborantes das vigas são calculadas da mesma forma do que para o caso 1, e apresentam os mesmos valores, de forma que as seções transversais e as propriedades geométricas não serão repetidas. O mesmo ocorre para os coeficientes de majoração das cargas móveis.

6.4.1 Modelo 4 por Engesser-Courbon

Visto que o procedimento de Engesser-Courbon despreza a rigidez à torção dos elementos, a linha de influência de reações não teve alterações. Os carregamentos acidentais e permanentes a que as longarinas 1 e 2 estão submetidos são, portanto, os mesmos do modelo 1 (Tabela 6-4).

6.4.2 Modelo 4 por Fauchart

A Tabela 6-22 lista os coeficientes de mola vertical e de rotação e o momento de inércia da laje equivalente para o modelo por Fauchart. Desta forma, pode-se definir a Linha de Influência de reações, e, em seguida, os carregamentos atuantes nas longarinas V1 e V2, apresentados no Apêndice B.

Tabela 6-22 – Propriedades do modelo do caso 4 por Fauchart.

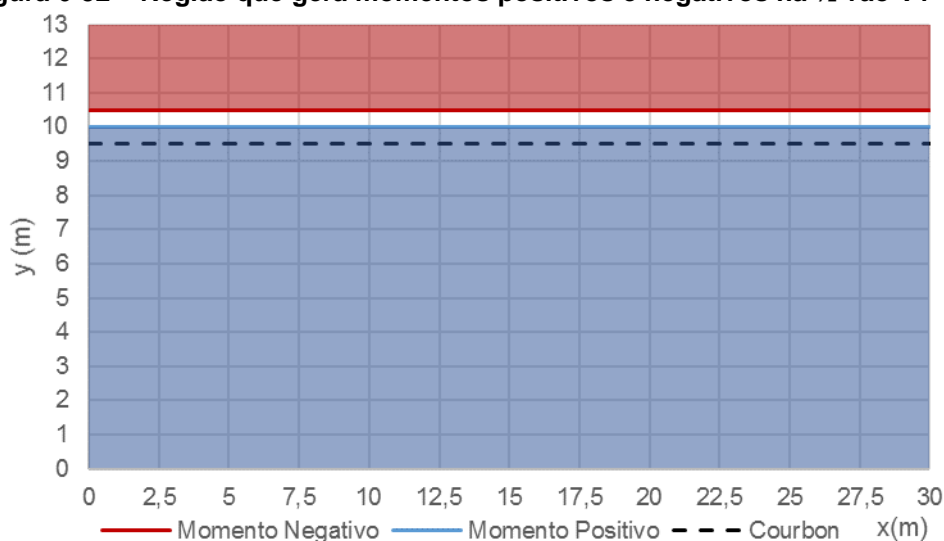
Propriedade	
k_{vi} (kN/m)	3814
k_{tij} (kN.m.rad)	11284
$I_{Laje_{eq}}$ (m ⁴)	0,02844

Fonte: Autoria Própria.

6.4.3 Modelo 4 por Analogia de Grelha

A modelagem, a discretização e os carregamentos da estrutura são idênticos ao caso 1, uma vez que a única diferença entre os modelos é a inércia à torção dos elementos de barra que representam as longarinas e transversinas.

Repetiu-se o estudo para obter a região crítica do tabuleiro para o carregamento accidental de multidão, isto é, quais barras que, quando submetidas a um carregamento vertical concentrado unitário, fornecem momentos positivos ou negativos na longarina de extremidade (Figura 6-52). Percebe-se, nesta imagem, que as regiões que resultam em momentos positivos e negativos estão deslocadas 0,50 m para cima, em relação ao obtido por Engesser-Courbon.

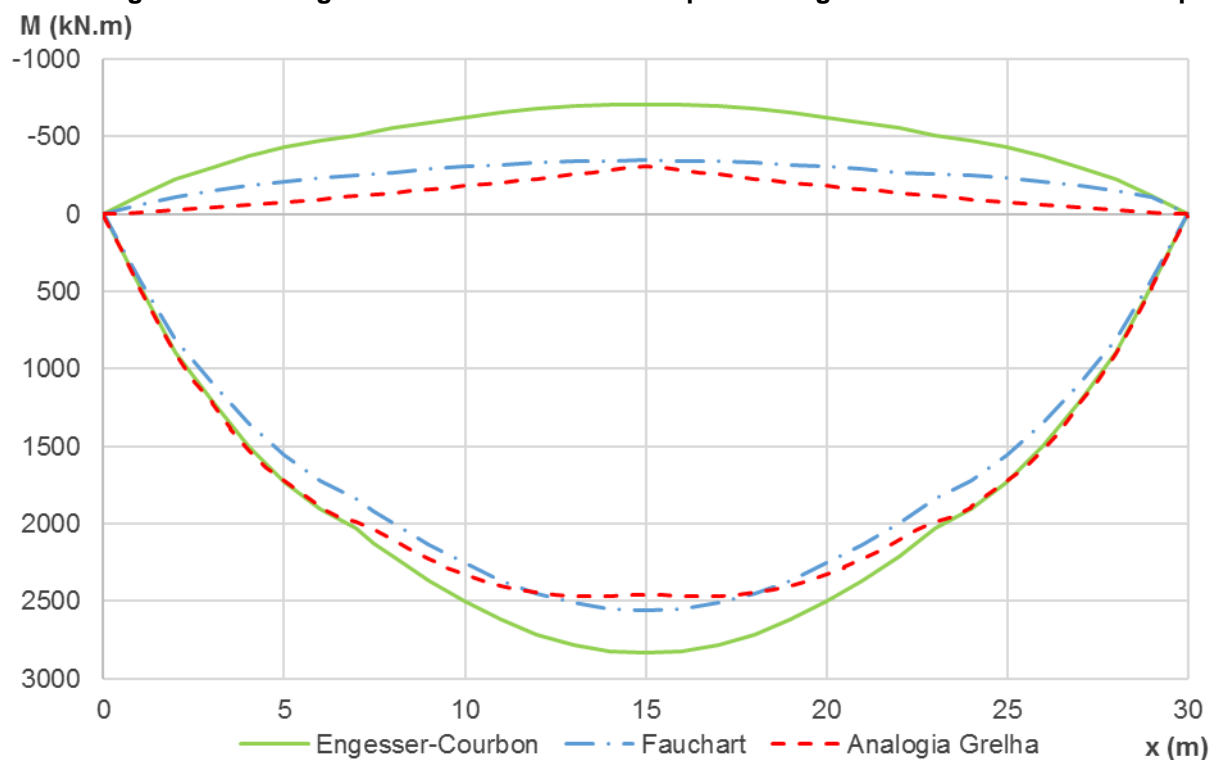
Figura 6-52 – Região que gera momentos positivos e negativos na 1/2 vão V1 – Caso 4.

Fonte: Autoria Própria.

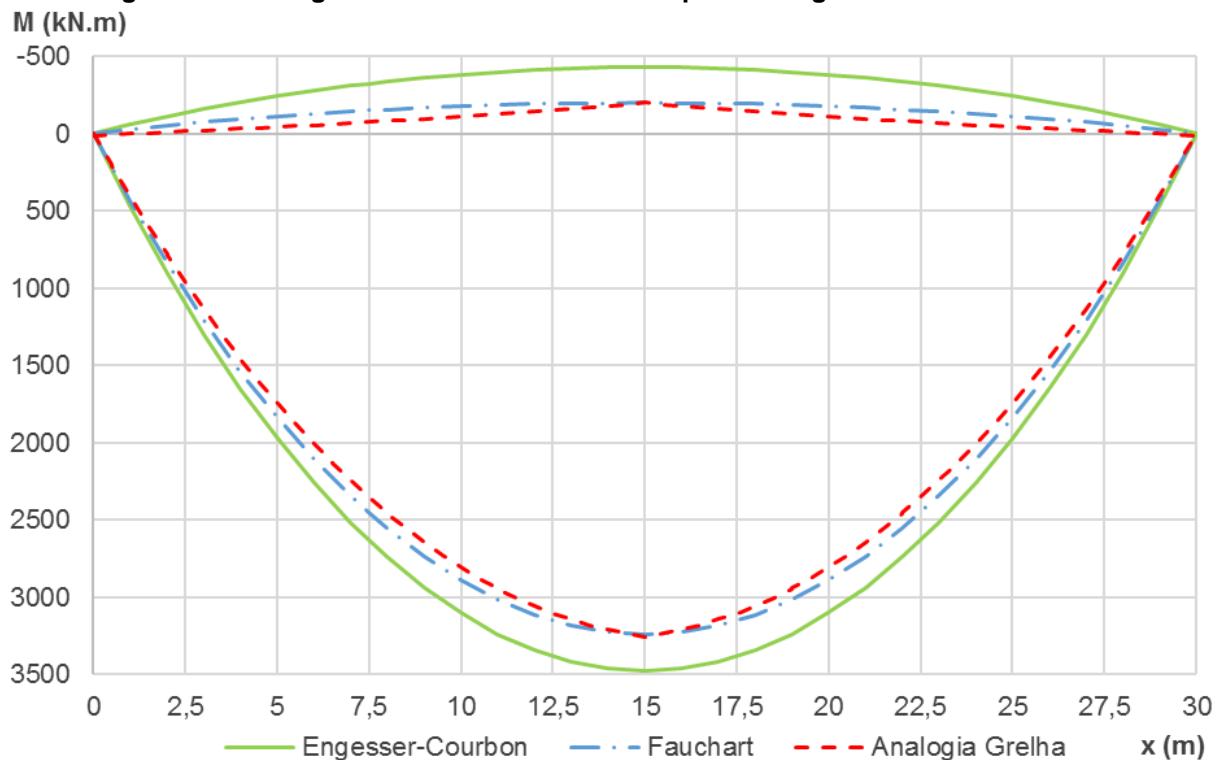
6.4.4 Resultados do Caso 4

6.4.4.1 Longarina V1

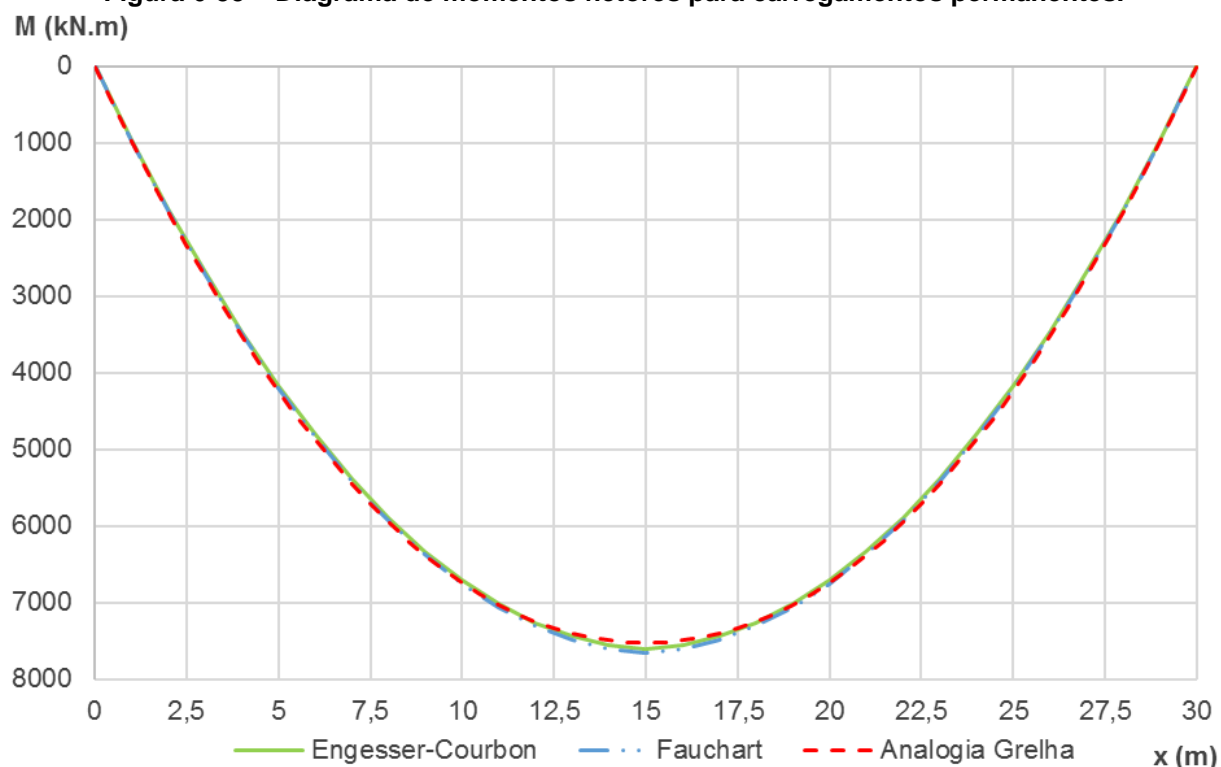
A envoltória de momentos fletores para as cargas móveis do trem-tipo para a longarina V1 foi apresentada na Figura 6-53; para o carregamento de multidão, na Figura 6-54; para os carregamentos permanentes, na Figura 6-55; e, por fim, a envoltória para a combinação dos carregamentos acidentais e permanentes característicos na Figura 6-56.

Figura 6-53 – Diagrama de momentos fletores para carregamento accidental de trem-tipo.

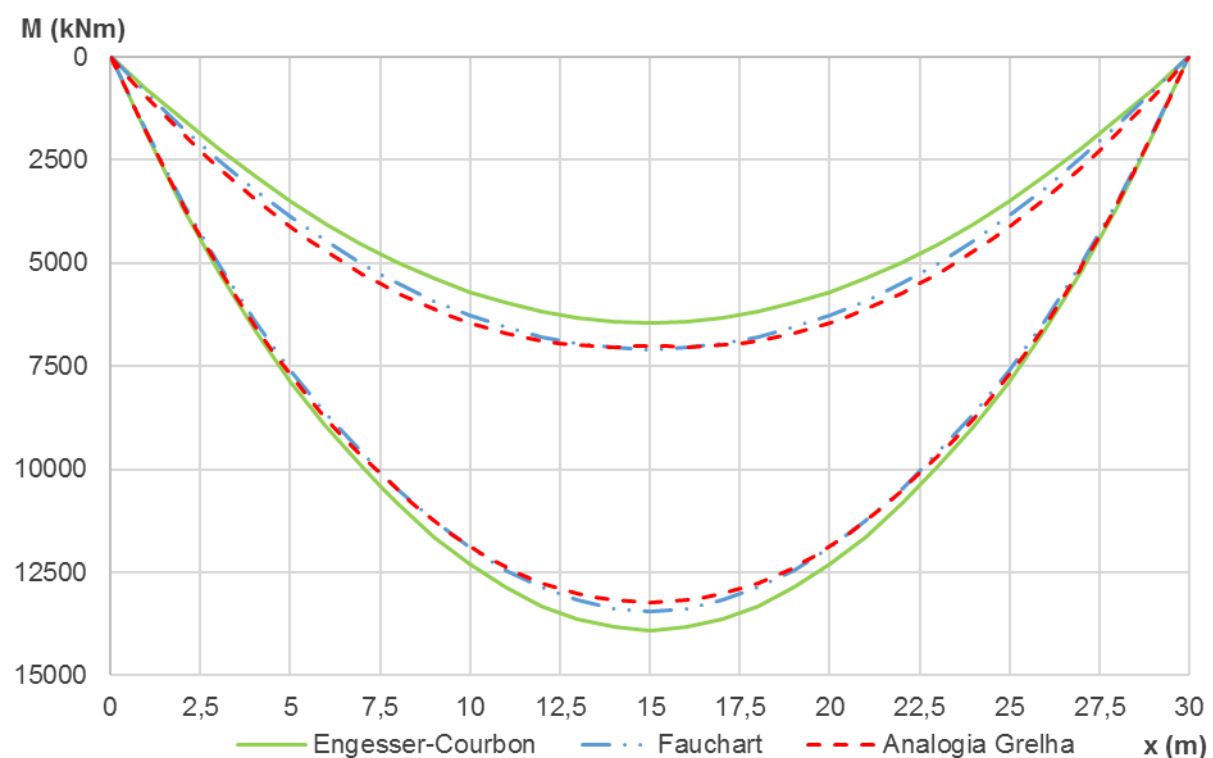
Fonte: Autoria Própria.

Figura 6-54 – Diagrama de momentos fletores para carregamento accidental de multidão.

Fonte: Autoria Própria.

Figura 6-55 – Diagrama de momentos fletores para carregamentos permanentes.

Fonte: Autoria Própria.

Figura 6-56 – Envolvória de momentos fletores: carregamentos acidental e permanente.

Fonte: Autoria Própria.

A Tabela 6-23 lista os valores de momentos positivos e negativos para seções a $\frac{1}{2}$ do vão e $\frac{1}{4}$ do vão da longarina V1, caso 4. A Figura 6-57 ilustra as diferenças percentuais para o momento máximo positivo na seção a $\frac{1}{2}$ do vão em relação aos quatro casos de carregamento considerados.

Tabela 6-23 – Comparação entre momentos fletores a $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$ do vão para V1 – Caso 4.

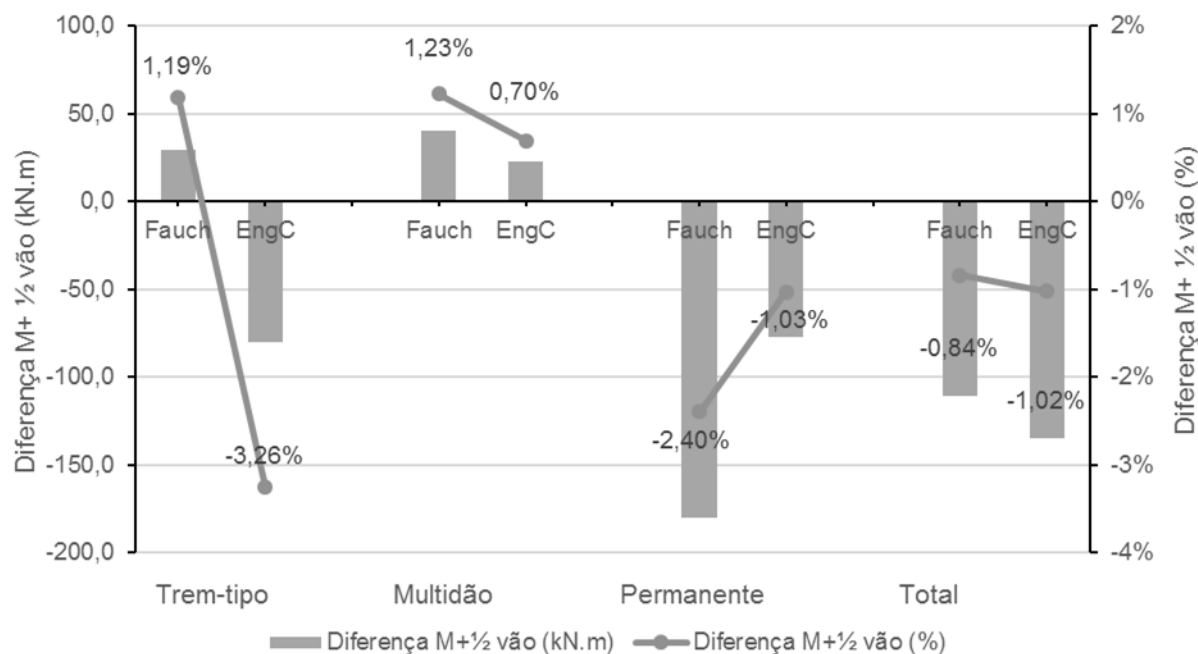
Carregamento	Modelo	M+ $\frac{1}{2}$ vão	Dif (%)	M+ $\frac{1}{4}$ vão	Dif (%)	M- $\frac{1}{2}$ vão	Dif (%)	M- $\frac{1}{4}$ vão	Dif (%)
Trem-tipo	AG	2455,38	-	2033,65	-	-310,35	-	-126,82	-
	FA	2558,85	4,2%	1919,14	-5,6%	-346,99	11,8%	-260,24	105,2%
	EC	2833,60	15,4%	2125,20	4,5%	-708,40	128,3%	-531,30	318,9%
Multidão	AG	3254,64	-	2351,61	-	-200,12	-	-75,90	-
	FA	3238,10	-0,5%	2450,46	4,2%	-199,43	-0,3%	-150,92	98,8%
	EC	3476,35	6,8%	2630,75	11,9%	-429,15	114,4%	-324,76	327,9%
Permanente	AG	7520,57	-	5708,91	-	-	-	-	-
	FA	7651,12	1,7%	5683,42	-0,4%	-	-	-	-
	EC	7599,75	1,1%	5643,56	-1,1%	-	-	-	-
Total	AG	13230,58	-	10094,17	-	7010,10	0,0%	5506,19	0,0%
	FA	13448,07	1,6%	10053,01	-0,4%	7104,69	1,3%	5272,26	-4,2%
	EC	13909,70	5,1%	10399,51	3,0%	6462,20	-7,8%	4787,50	-13,1%

* Momentos fletores em kN.m

** AG = Analogia de Grelha, FA = Fauchart e EC = Engesser-Courbon

Fonte: Autoria Própria.

Figura 6-57 – Diferença de momentos fletores em relação à analogia de grelha para V1.



Fonte: Autoria Própria.

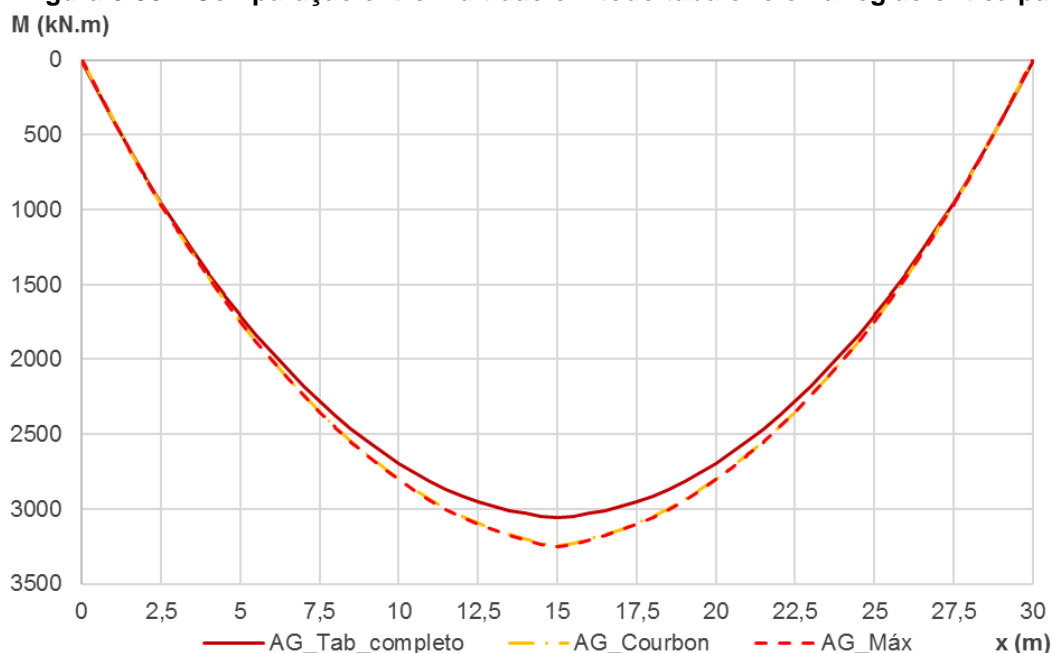
A Tabela 6-24 demonstra a comparação dos valores de momentos fletores máximos para a situação com o carregamento de multidão em todo o tabuleiro (AG_Tab_Completo) e conforme o estabelecido pelo procedimento de Engesser-Courbon (AG_Courbon), em relação à situação considerada crítica (AG_Máx). A Figura 6-58 representa graficamente esta comparação de momentos fletores.

Tabela 6-24 – Diferença entre considerações para o carregamento de multidão.

Carregamento	Diferença (%)	
	AG_Tab_Completo	AG_Courbon
Multidão	6,44%	0,22%
Acidental	3,57%	0,12%
Total	1,51%	0,05%

Fonte: Autoria Própria.

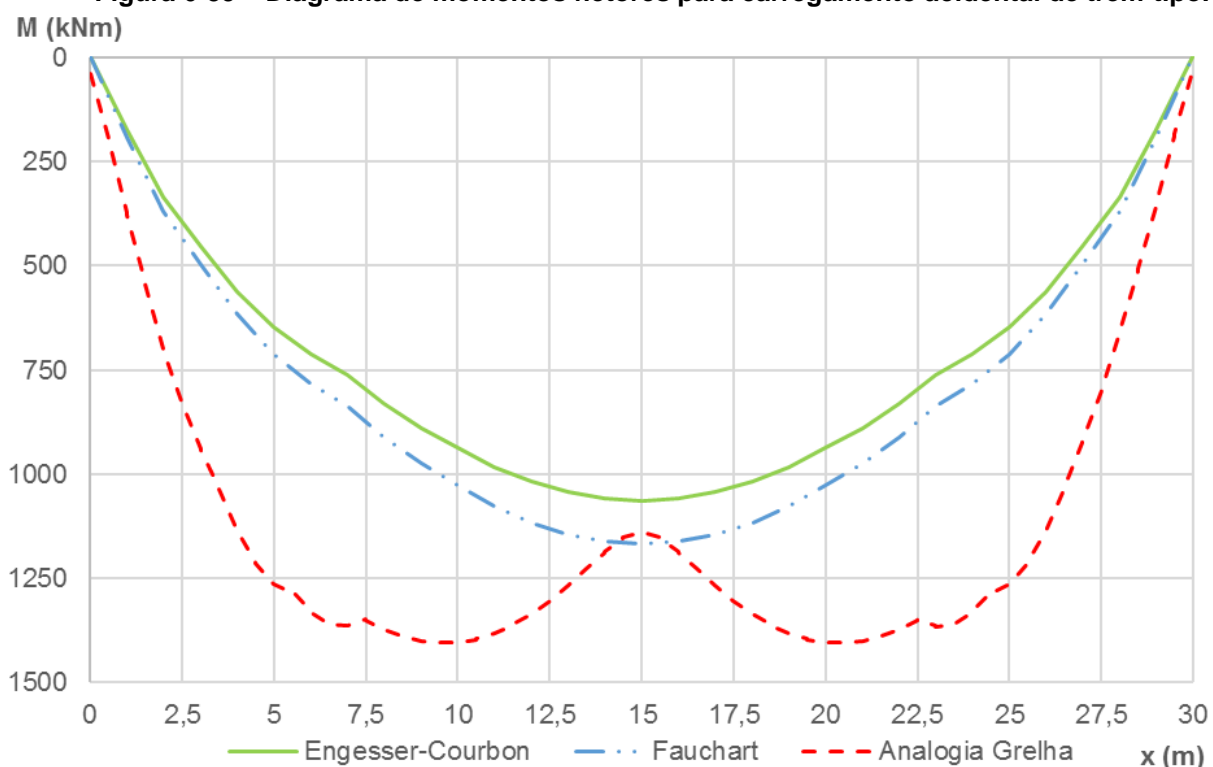
Figura 6-58 – Comparação entre multidão em todo tabuleiro e na região crítica para V1.



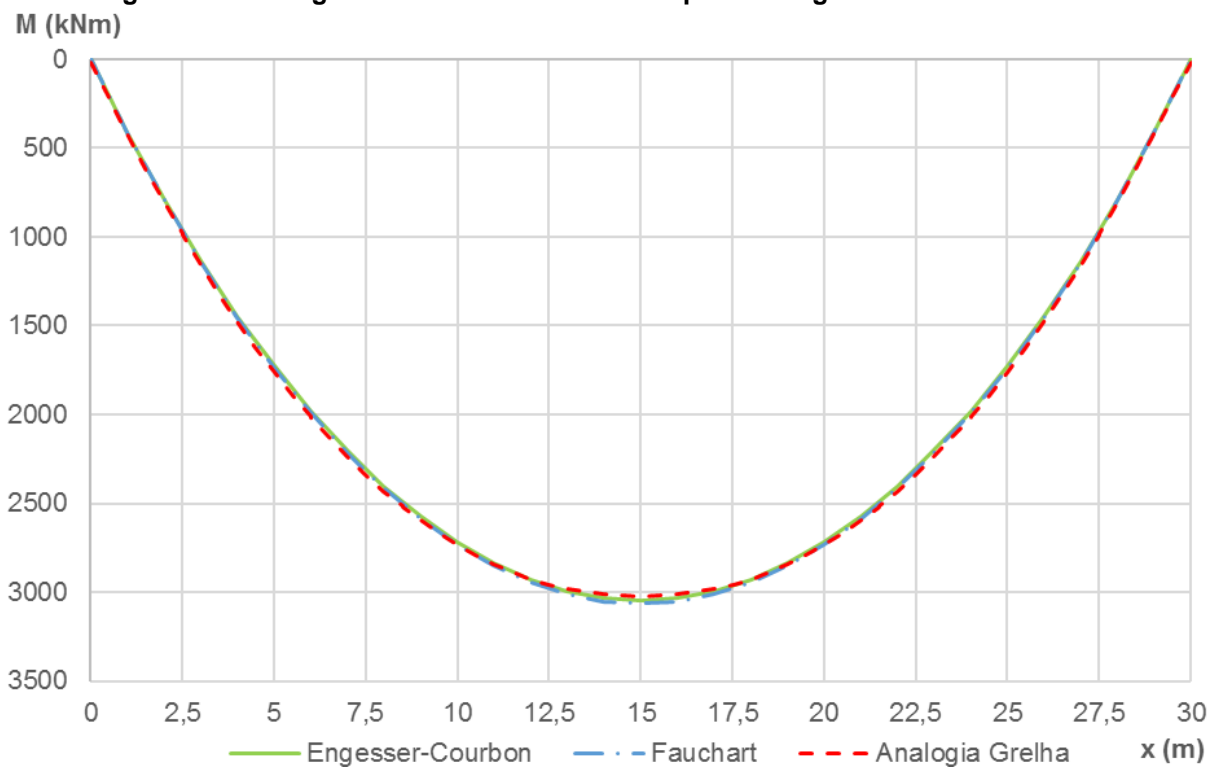
Fonte: Autoria Própria.

6.4.4.2 Longarina V2

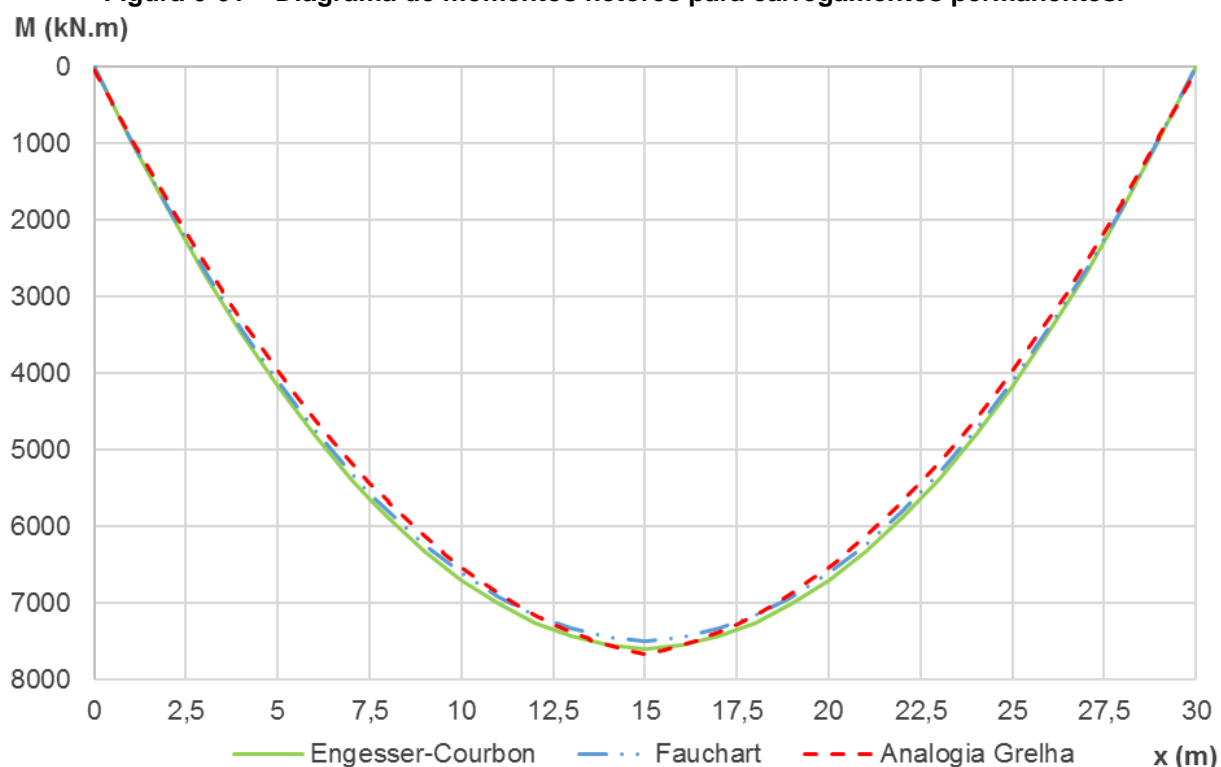
A envoltória de momentos fletores para as de trem-tipo para a longarina V2 foi apresentada na Figura 6-59; para o carregamento de multidão, na Figura 6-60; para os carregamentos permanentes, na Figura 6-61; e a envoltória para a combinação dos carregamentos acidentais e permanentes característicos na Figura 6-62.

Figura 6-59 – Diagrama de momentos fletores para carregamento accidental de trem-tipo.

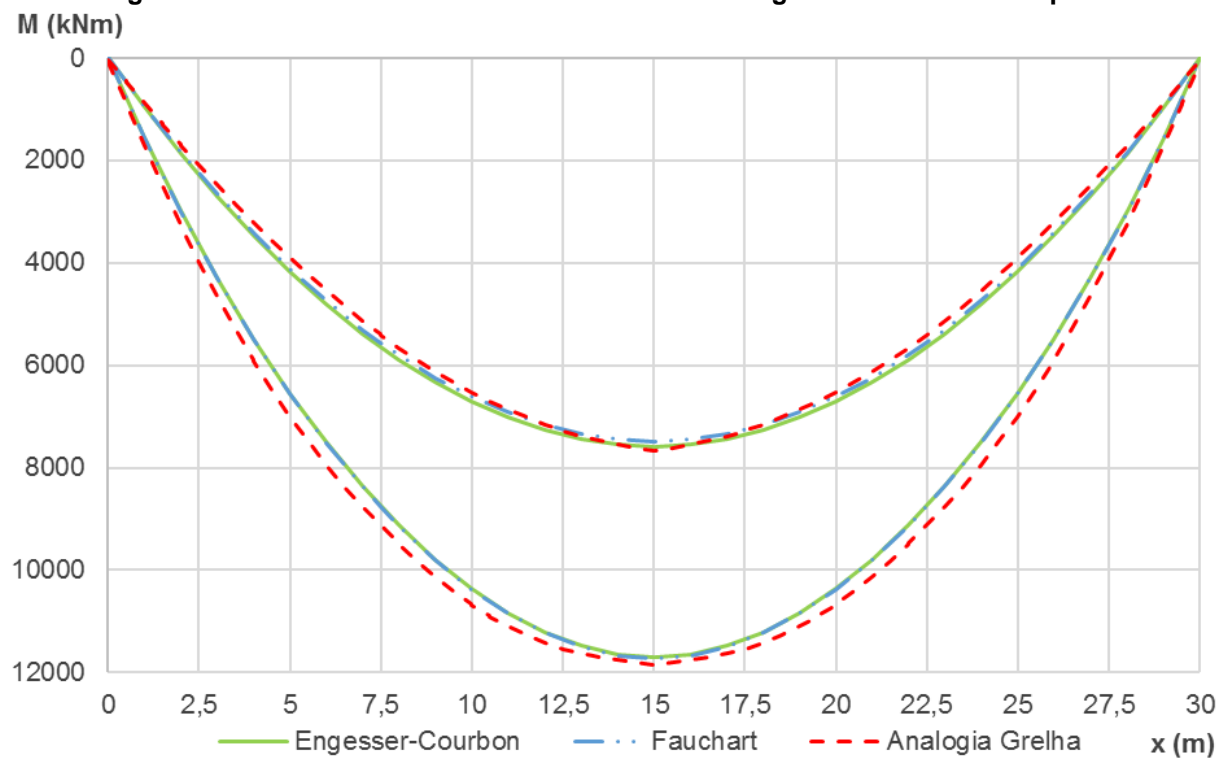
Fonte: Autoria Própria.

Figura 6-60 – Diagrama de momentos fletores para carregamento accidental de multidão.

Fonte: Autoria Própria.

Figura 6-61 – Diagrama de momentos fletores para carregamentos permanentes.

Fonte: Autoria Própria.

Figura 6-62 – Envolvória de momentos fletores: carregamentos acidental e permanente.

Fonte: Autoria Própria.

A Tabela 6-25 lista os valores de momentos positivos e negativos para seções a $\frac{1}{2}$ do vão e $\frac{1}{4}$ do vão da longarina V2, caso 4. A Figura 6-63 ilustra as diferenças percentuais para o momento máximo positivo na seção a $\frac{1}{2}$ do vão em relação aos quatro casos de carregamento considerados.

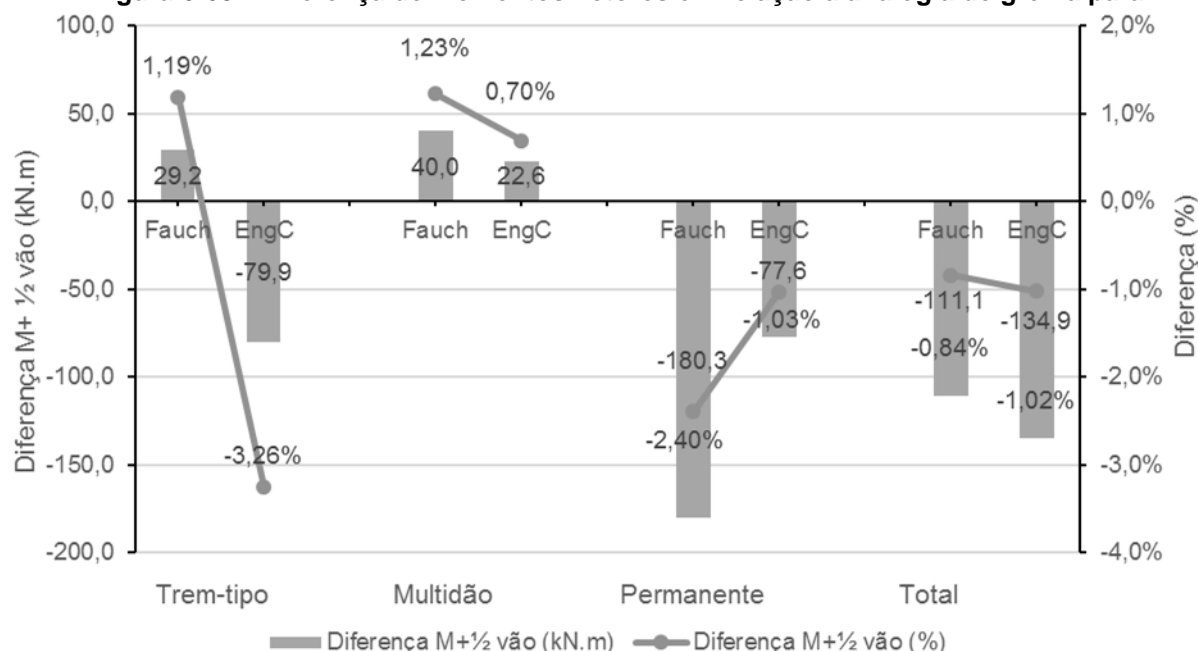
Tabela 6-25 – Comparação entre momentos fletores a $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$ do vão para V2.

Carregamento	Modelo	M+ $\frac{1}{2}$ vão	Dif (%)	M+ $\frac{1}{4}$ vão	Dif (%)
Trem-tipo	AG	1231,13	0,0%	996,03	-
	FA	1120,83	-9,0%	840,62	-15,6%
	EC	1057,54	-14,1%	796,95	-20,0%
Multidão	AG	3047,15	0,0%	2319,11	-
	FA	3056,95	0,3%	2313,37	-0,2%
	EC	3047,20	0,0%	2305,99	-0,6%
Permanente	AG	7824,30	0,0%	5835,19	-
	FA	7772,44	-0,7%	5829,33	-0,1%
	EC	7824,75	0,0%	5868,56	0,6%
Total	AG	12102,58	0,0%	9150,33	-
	FA	11950,22	-1,3%	8983,32	-1,8%
	EC	11929,49	-1,4%	8971,50	-2,0%

* Momentos fletores em kN.m

Fonte: Autoria Própria.

Figura 6-63 – Diferença de momentos fletores em relação à analogia de grelha para V2.



Fonte: Autoria Própria.

6.5 CASO 5 – 3L 1T CA 15m

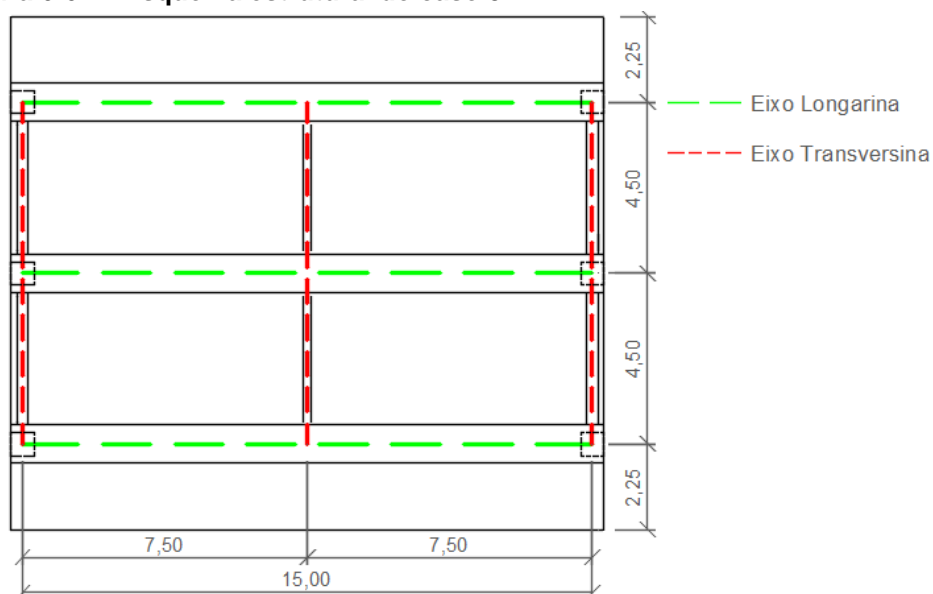
Semelhante ao caso 1, porém o tabuleiro possui vão de 15,0 m. Na Tabela 6-26 encontram-se as principais características do modelo, cujo esquema estrutural foi retratado na Figura 6-64.

Tabela 6-26 – Dados gerais do estudo de caso 5 – 3L 1T CA 15m.

Parâmetros caso 5 - 3L 1T CA 15m	
Material da estrutura	Concreto Armado
Inércia à torção	15%
h laje (cm)	25,0
Trem-tipo	TB-450
Carga de multidão (kN/m ²)	5,00
Direção longitudinal	
Dimensão (m)	15,00
Balanço	Não
Nº Longarinas	3
Dist. eixo longarinas (m)	4,50
Direção transversal	
Dimensão (m)	13,50
Balanço (m)	2,25
Nº transversinas internas	1
Dist. eixo transversinas (m)	7,50

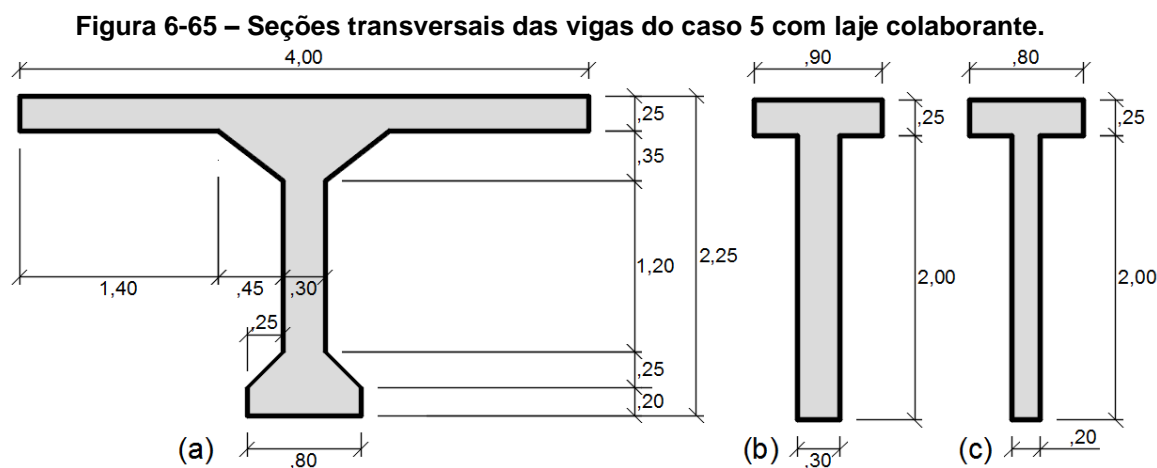
Fonte: Autoria própria.

Figura 6-64 – Esquema estrutural do caso 5.



Fonte: Autoria Própria.

As larguras colaborantes das vigas são calculadas da mesma forma que no caso 1, cujas seções transversais e propriedades geométricas foram apresentadas na Figura 6-65 e na Tabela 6-27, respectivamente. Com relação aos coeficientes de majoração das cargas móveis, foram listados na Tabela 6-28.



Fonte: Autoria Própria.

Tabela 6-27 – Propriedades geométricas das vigas do caso 5.

Elemento	Características Geométricas			
	A (m ²)	Ycg (m)	I (m ⁴)	Jp (m ⁴)
a	1,920	1,588	1,0442	0,0814
b	0,825	1,307	0,4083	0,0228
c	0,600	1,375	0,3031	0,0093

Fonte: Autoria Própria.

Tabela 6-28 – Coeficientes de majoração das cargas móveis para o caso 5.

Coeficiente	
Liv (m)	15,00
CIV	1,326
CNF	1,000
CIA*	1,250

*Trechos até 5m das extremidades

Fonte: Autoria Própria.

6.5.1 Modelo 5 por Engesser-Courbon

Visto que o procedimento de Engesser-Courbon despreza a rigidez à torção dos elementos, a linha de influência de reações não teve alterações. Os carregamentos acidentais das longarinas V1 e V2 foram impactados pela mudança no coeficiente de impacto vertical e apresentados no Apêndice B.

6.5.2 Modelo 5 por Fauchart

A Tabela 6-29 lista os coeficientes de mola vertical e de rotação e o momento de inércia da laje equivalente para o modelo por Fauchart. Desta forma, pode-se definir a Linha de Influência de reações, e, em seguida, os carregamentos atuantes nas longarinas V1 e V2, apresentados no Apêndice B.

Tabela 6-29 – Propriedades do modelo do caso 5 por Fauchart.

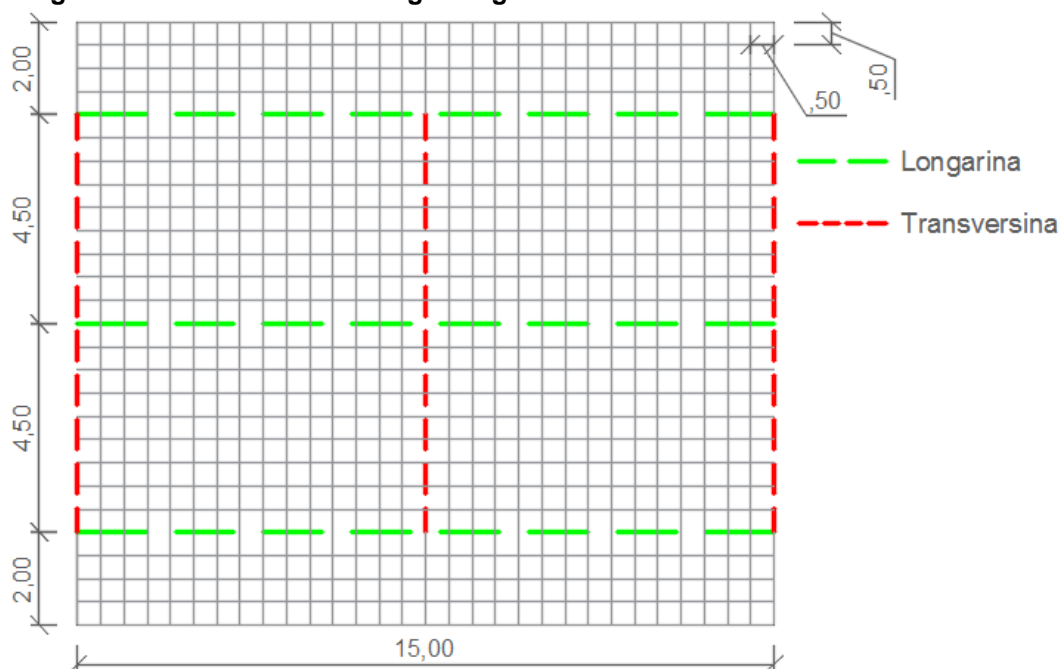
Propriedade	
k_{vi} (kN/m)	59070
k_{tij} (kN.m.rad)	6561
I_{Laje_eq} (m ⁴)	0,05559

Fonte: Autoria Própria.

6.5.3 Modelo 5 por Analogia de Grelha

A modelagem e a discretização da estrutura seguiram o mesmo princípio do caso 1, conforme Figura 6-66, e os carregamentos estão no Apêndice B.

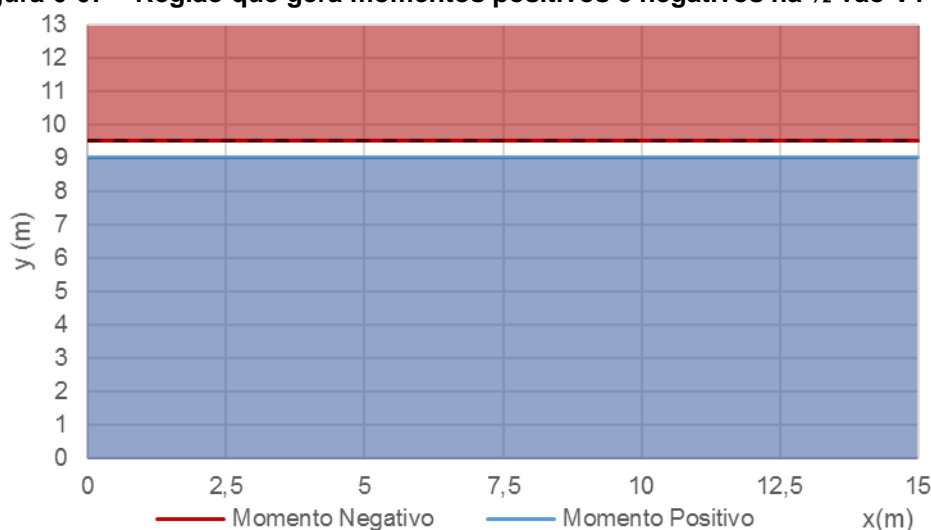
Figura 6-66 – Modelo de analogia de grelha – caso 5.



Fonte: Autoria Própria.

Repetiu-se o estudo para obter a região crítica do tabuleiro para o carregamento accidental de multidão, isto é, quais barras que, quando submetidas a um carregamento vertical concentrado unitário, fornecem momentos positivos ou negativos na longarina de extremidade (Figura 6-67). Percebe-se, nesta imagem, que as regiões que resultam em momentos positivos e negativos estão deslocadas 0,50 m para baixo, em relação ao obtido por Engesser-Courbon.

Figura 6-67 – Região que gera momentos positivos e negativos na ½ vão V1 – Caso 5.



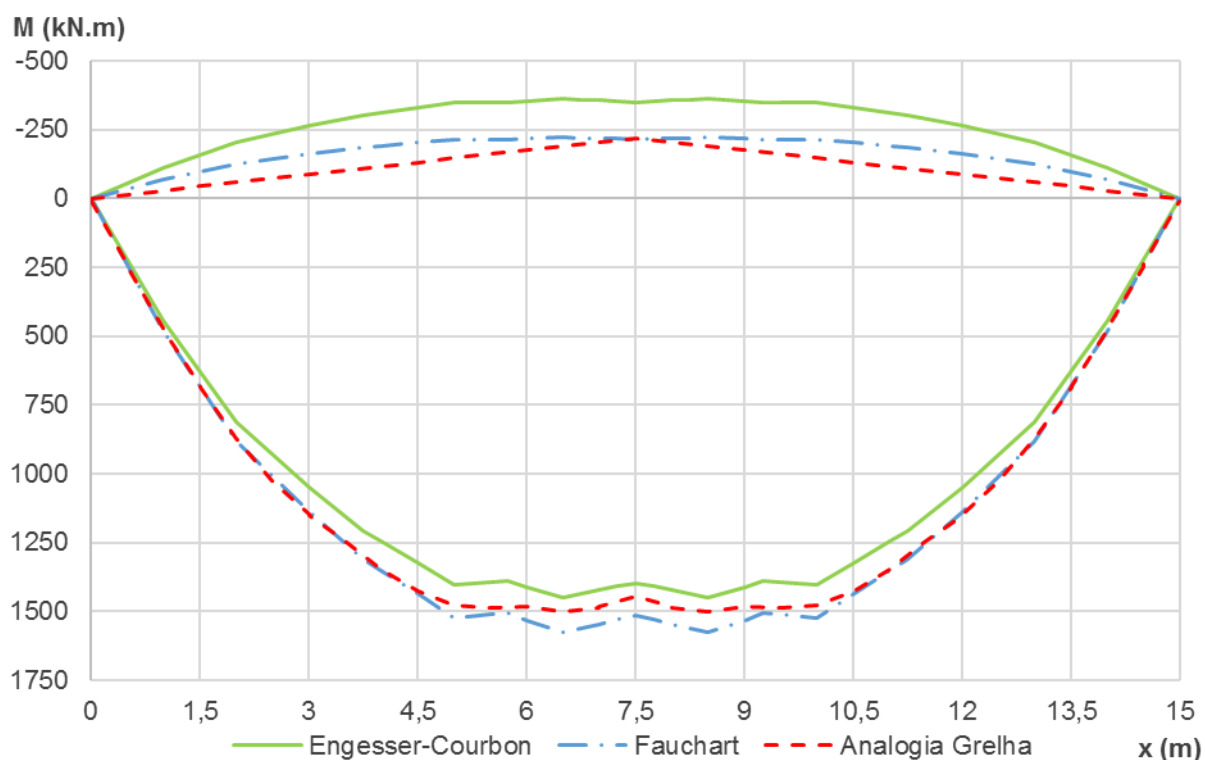
Fonte: Autoria Própria.

6.5.4 Resultados do Caso 5

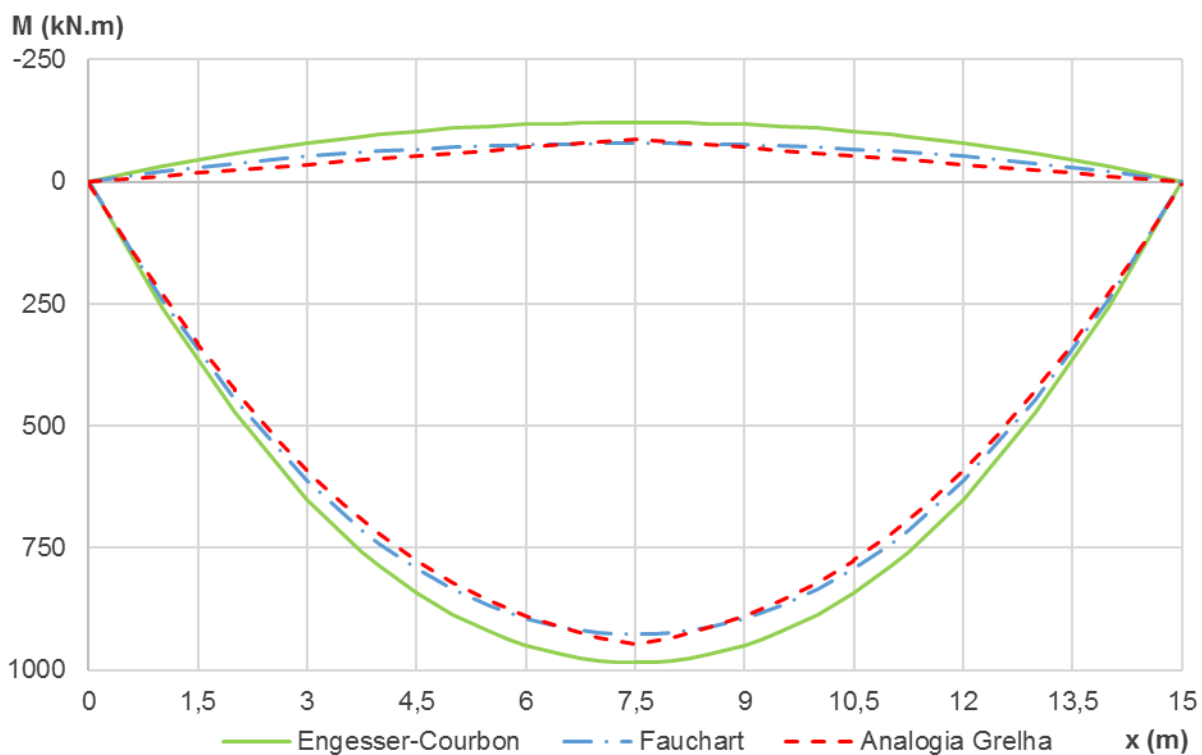
6.5.4.1 Longarina V1

A envoltória de momentos fletores para as cargas móveis do trem-tipo para a longarina V1 foi apresentada na Figura 6-68; para o carregamento de multidão, na Figura 6-69; para os carregamentos permanentes, na Figura 6-70; e, por fim, a envoltória para a combinação dos carregamentos accidentais e permanentes característicos na Figura 6-71.

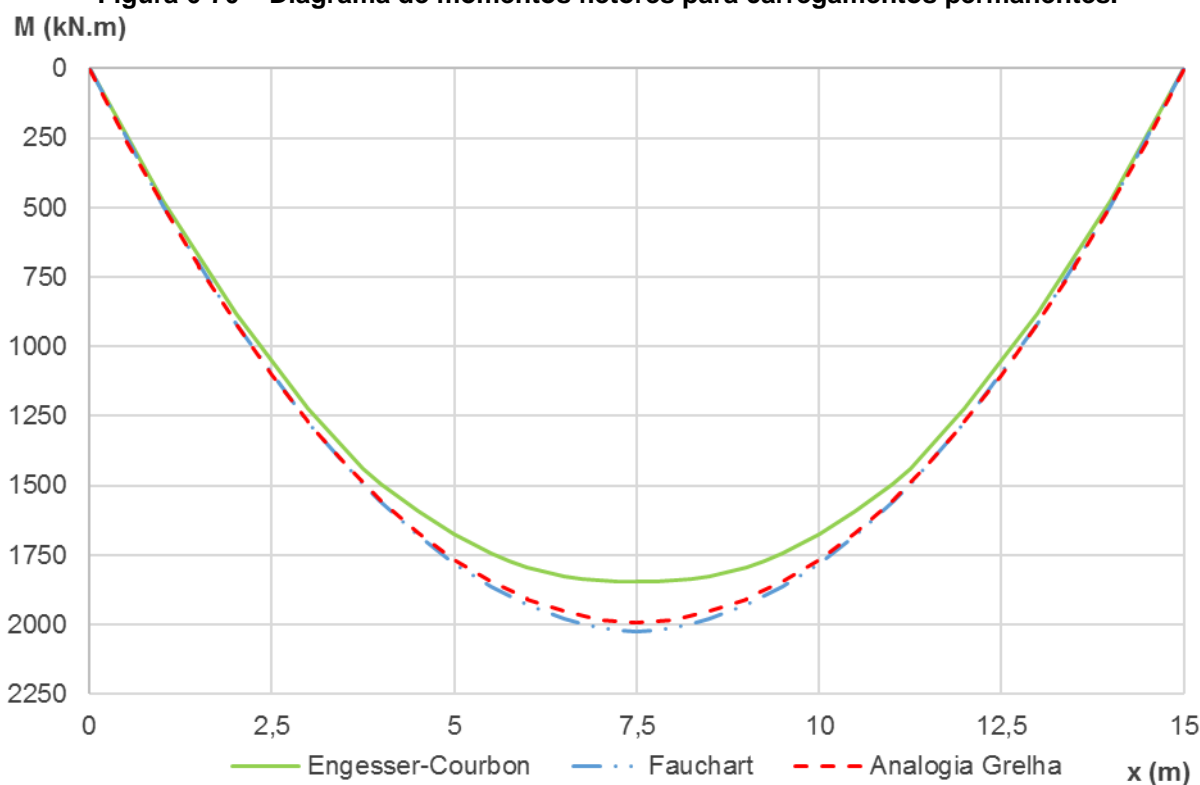
Destaca-se que a variação nos diagramas da Figura 6-68 próximo ao meio do vão é devido ao coeficiente de impacto adicional, o qual é aplicado nas cargas móveis quando atuam até 5,0m da extremidade. Portanto, o veículo tipo pode ter apenas parte de suas cargas concentradas multiplicadas por este coeficiente. Quando a primeira roda está no meio do vão, por exemplo, a última ainda é majorada pelo CIA.

Figura 6-68 – Diagrama de momentos fletores para carregamento accidental de trem-tipo.

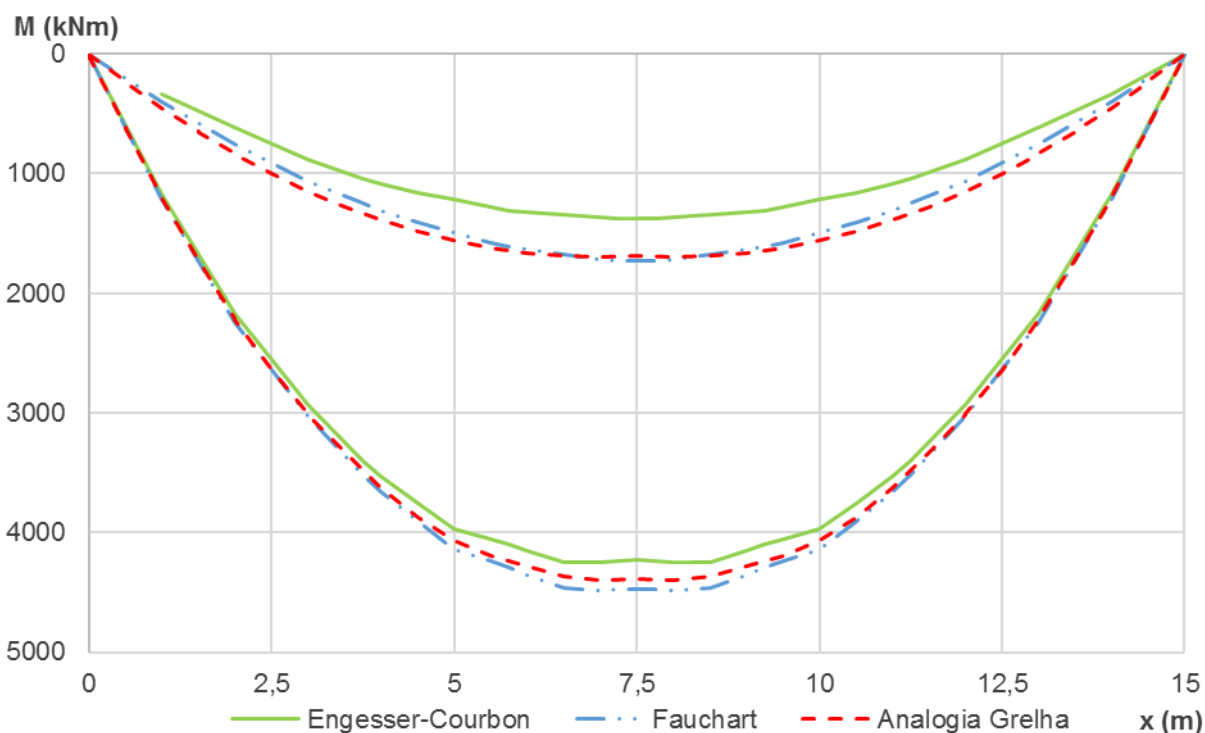
Fonte: Autoria Própria.

Figura 6-69 – Diagrama de momentos fletores para carregamento accidental de multidão.

Fonte: Autoria Própria.

Figura 6-70 – Diagrama de momentos fletores para carregamentos permanentes.

Fonte: Autoria Própria.

Figura 6-71 – Envolvória de momentos fletores: carregamentos acidental e permanente.

Fonte: Autoria Própria.

A Tabela 6-30 lista os valores de momentos positivos e negativos para seções a $\frac{1}{2}$ do vão e $\frac{1}{4}$ do vão da longarina V1, caso 5. A

Figura 6-72 ilustra as diferenças percentuais para o momento máximo positivo na seção a $\frac{1}{2}$ do vão em relação aos quatro casos de carregamento considerados.

Tabela 6-30 – Comparação entre momentos fletores a $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$ do vão para V1 – Caso 5.

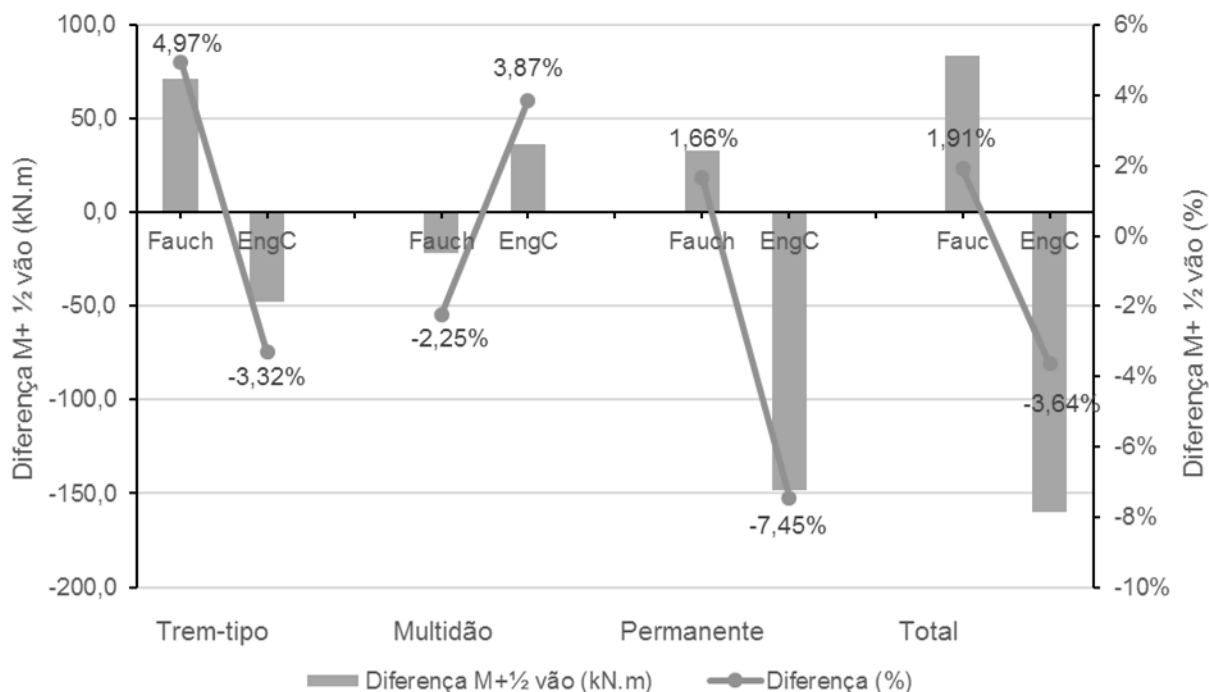
Carregamento	Modelo	M+ $\frac{1}{2}$ vão	Dif (%)	M+ $\frac{1}{4}$ vão	Dif (%)	M- $\frac{1}{2}$ vão	Dif (%)	M- $\frac{1}{4}$ vão	Dif (%)
Trem-tipo	AG	1444,79	-	1296,20	-	-218,92	-	-109,53	-
	FA	1516,57	5,0%	1310,20	1,1%	-214,27	-2,1%	-185,12	69,0%
	EC	1396,88	-3,3%	1206,80	-6,9%	-349,22	59,5%	-301,70	175,4%
Multidão	AG	948,24	-	691,67	-	-87,38	-	-44,17	-
	FA	926,94	-2,2%	712,59	3,0%	-78,28	-10,4%	-60,18	36,3%
	EC	984,97	3,9%	757,20	9,5%	-121,59	39,2%	-93,47	111,6%
Permanente	AG	1992,18	-	1487,65	-	-	-	-	-
	FA	2025,28	1,7%	1494,82	0,5%	-	-	-	-
	EC	1843,69	-7,5%	1439,02	-3,3%	-	-	-	-
Total	AG	4385,22	-	3475,53	-	1685,88	0,0%	1333,94	0,0%
	FA	4468,79	1,9%	3517,60	1,2%	1732,72	2,8%	1249,52	-6,3%
	EC	4225,54	-3,6%	3403,01	-2,1%	1372,87	-18,6%	1043,84	-21,7%

* Momentos fletores em kN.m

** AG = Analogia de Grelha, FA = Fauchart e EC = Engesser-Courbon

Fonte: Autoria Própria.

Figura 6-72 – Diferença de momentos fletores em relação à analogia de grelha para V1.



Fonte: Autoria Própria.

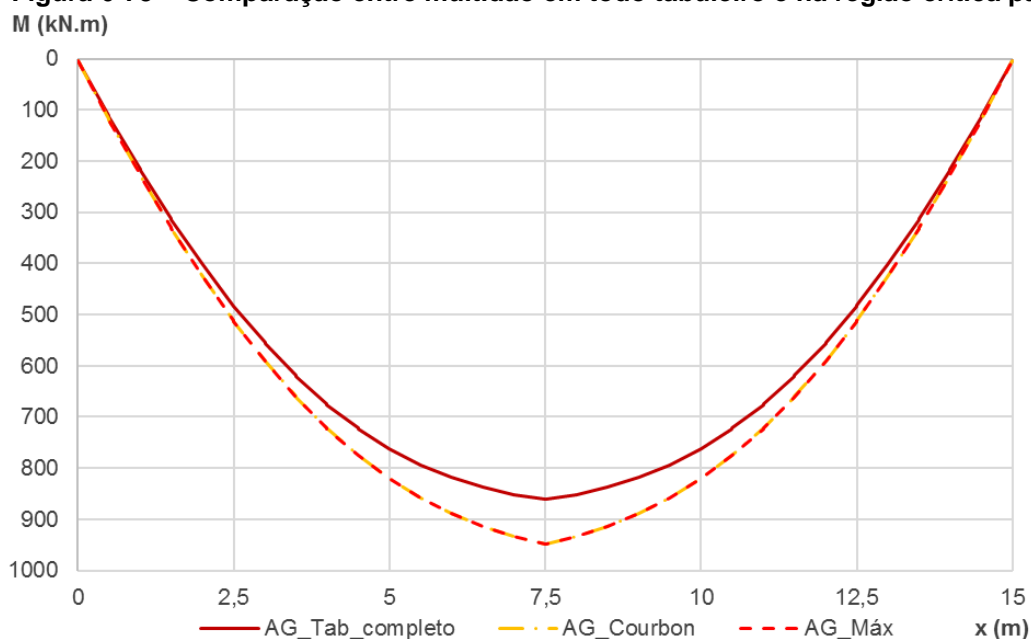
A Tabela 6-31 demonstra a comparação dos valores de momentos fletores máximos para a situação com o carregamento de multidão em todo o tabuleiro (AG_Tab_Completo) e conforme o estabelecido pelo procedimento de Engesser-Courbon (AG_Courbon), em relação à situação considerada crítica (AG_Máx). A Figura 6-73 representa graficamente esta comparação de momentos fletores.

Tabela 6-31 – Diferença entre considerações para o carregamento de multidão.

Carregamento	Diferença (%)	
	AG_Tab_Completo	AG_Courbon
Multidão	10,14%	0,02%
Acidental	3,79%	0,01%
Total	2,03%	0,00%

Fonte: Autoria Própria.

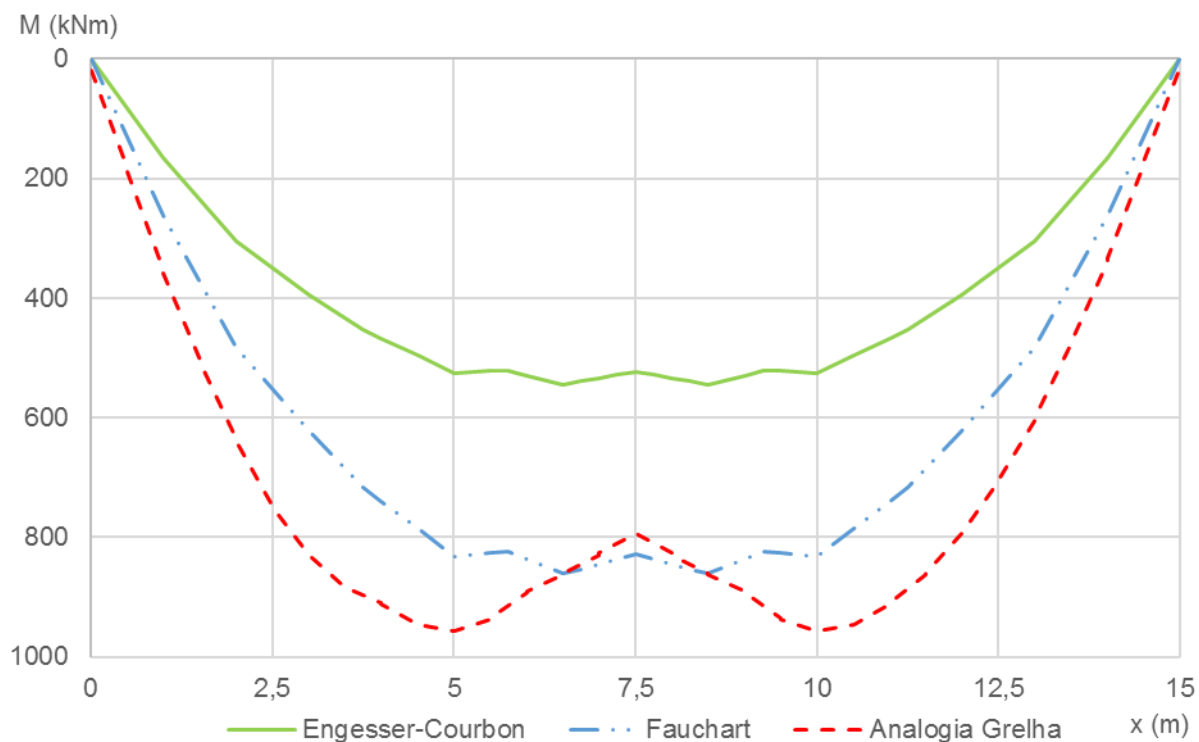
Figura 6-73 – Comparação entre multidão em todo tabuleiro e na região crítica para V1.



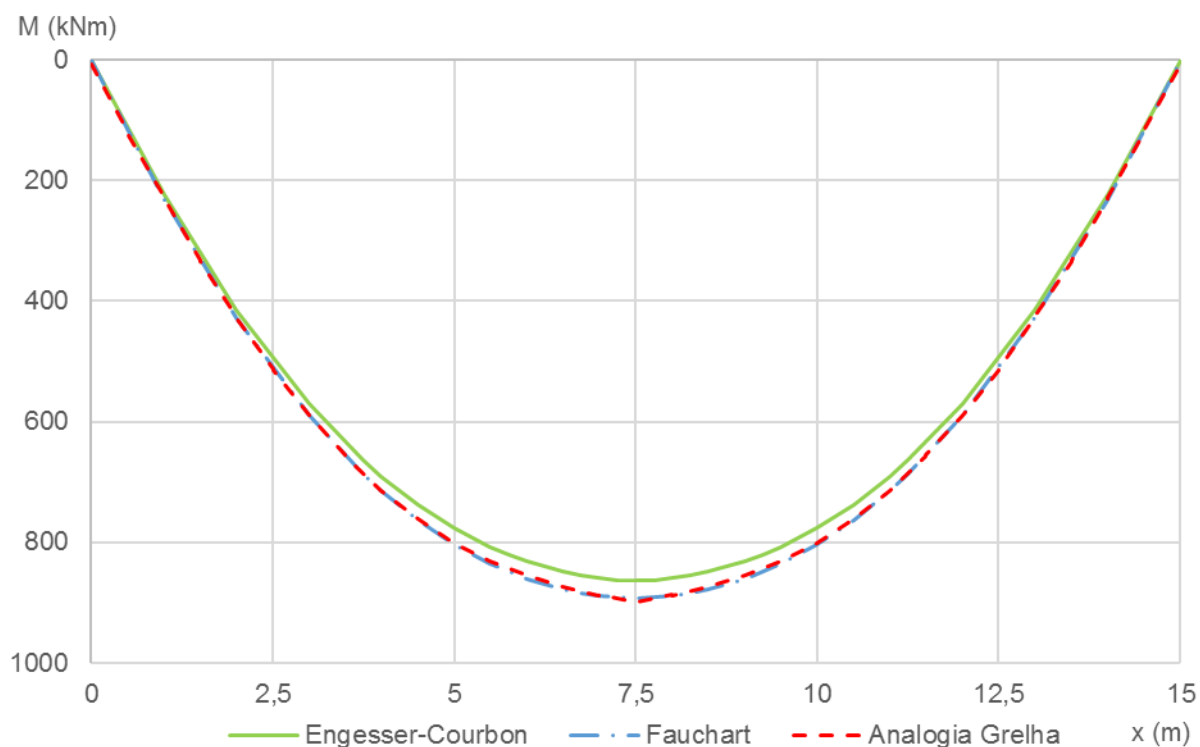
Fonte: Autoria Própria.

6.5.4.2 Longarina V2

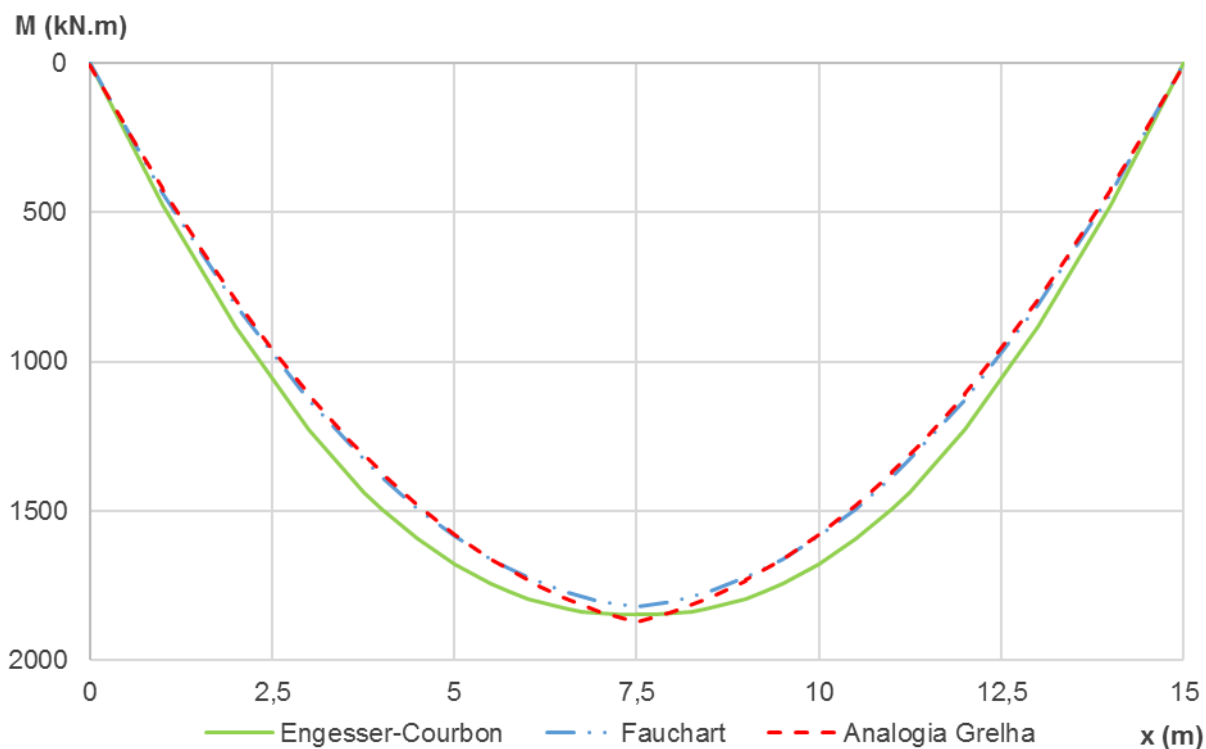
A envoltória de momentos fletores para as de trem-tipo para a longarina V2 foi apresentada na Figura 6-74; para o carregamento de multidão, na Figura 6-75; para os carregamentos permanentes, na Figura 6-76; e a envoltória para a combinação dos carregamentos acidentais e permanentes característicos na Figura 6-77.

Figura 6-74 – Diagrama de momentos fletores para carregamento accidental de trem-tipo.

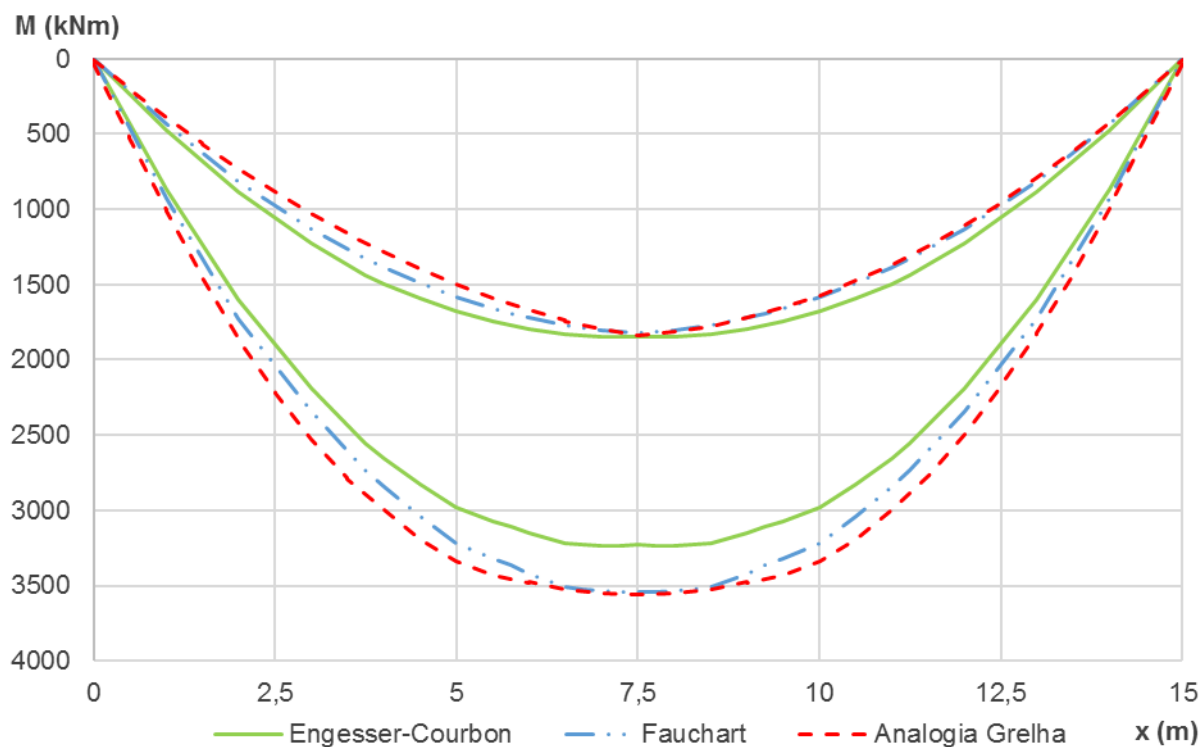
Fonte: Autoria Própria.

Figura 6-75 – Diagrama de momentos fletores para carregamento accidental de multidão.

Fonte: Autoria Própria.

Figura 6-76 – Diagrama de momentos fletores para carregamentos permanentes.

Fonte: Autoria Própria.

Figura 6-77 – Envolvória de momentos fletores: carregamentos acidental e permanente.

Fonte: Autoria Própria.

Neste caso também se verificou, na Figura 6-74, o efeito discreto de transmissão de esforços da transversina no modelo de Analogia de Grelha.

A Tabela 6-32 lista os valores de momentos positivos e negativos para seções a $\frac{1}{2}$ do vão e $\frac{1}{4}$ do vão da longarina V2, caso 5. A Figura 6-78 ilustra as diferenças percentuais para o momento máximo positivo na seção a $\frac{1}{2}$ do vão em relação aos quatro casos de carregamento considerados.

Tabela 6-32 – Comparação entre momentos fletores a $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$ do vão para V2.

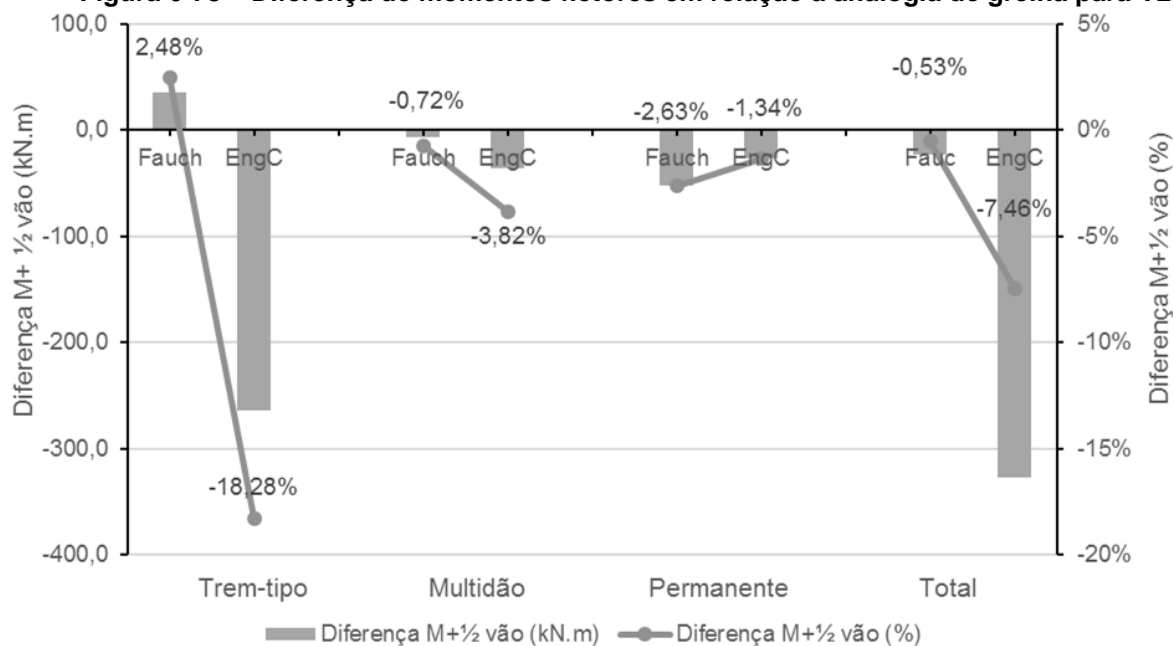
Carregamento	Modelo	M+ $\frac{1}{2}$ vão	Dif (%)	M+ $\frac{1}{4}$ vão	Dif (%)
Trem-tipo	AG	792,96	0,0%	897,65	-
	FA	828,81	4,5%	716,02	-20,2%
	EC	528,91	-33,3%	452,55	-49,6%
Multidão	AG	899,59	0,0%	685,27	-
	FA	892,79	-0,8%	686,33	0,2%
	EC	863,38	-4,0%	663,72	-3,1%
Permanente	AG	1870,43	0,0%	1308,80	-
	FA	1817,99	-2,8%	1327,40	1,4%
	EC	1843,69	-1,4%	1439,02	9,9%
Total	AG	3562,98	0,0%	2891,73	-
	FA	3539,59	-0,7%	2729,76	-5,6%
	EC	3235,98	-9,2%	2555,29	-11,6%

* Momentos fletores em kN.m

** AG=Analogia Grelha, FA=Fauchart, EC=Courbon

Fonte: Autoria Própria.

Figura 6-78 – Diferença de momentos fletores em relação à analogia de grelha para V2.



Fonte: Autoria Própria.

6.6 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Dentre todos os resultados obtidos neste trabalho de conclusão de curso, serão analisados e discutidos nos itens a seguir aqueles considerados mais relevantes.

6.6.1 Considerações para o carregamento de multidão

Não se encontrou, na bibliografia consultada, alguma indicação sobre qual a parcela do tabuleiro que deveria estar sujeita ao carregamento accidental de multidão para os modelos de analogia de grelha e de elementos finitos. Foi necessário, então, conduzir um estudo adicional a fim de estabelecer qual seria a região crítica para cada longarina, o qual foi explicado no Apêndice A com maiores detalhes.

Concluiu-se que a região estabelecida a partir da linha de influência de reações dos procedimentos de Engesser-Courbon e Fauchart não corresponde exatamente aquela da Analogia de Grelha. Esta, inclusive, pode ser variável ao longo do tabuleiro, e também não é a mesma para todas as posições da longarina (isto é, a área que fornece o maior momento no meio do vão pode não ser a mesma do que para as outras posições da longarina). Entretanto, os procedimentos clássicos forneceram uma excelente aproximação em todos os casos estudados, conforme pode ser verificado na Tabela 6-33. Este resultado pode ser entendido a partir da análise das linhas de influência de reações destes procedimentos; uma vez que, próximo ao ponto em que a reação na viga é nula, as cotas da linha de influência são pequenas. Deste modo, como a região crítica por analogia de grelha é semelhante à dos procedimentos clássicos, o erro advindo de utilizar estas é muito baixo.

O mesmo não ocorre quando se aplica o carregamento accidental de multidão em todo o tabuleiro, de modo a negligenciar toda a região que alivia o efeito deste em uma dada longarina. Os erros, nestes casos, podem ser superiores a 10%, em relação apenas ao momento devido ao efeito de multidão, e próximos de 3% quando considerados também os carregamentos permanentes e do trem-tipo, ambos contra a segurança da estrutura. Apesar deste erro não ser tão significativo em termos globais, utilizar o procedimento de Engesser-Courbon, ou mesmo o de Fauchart, é, ao mesmo tempo, simples e com resultados superiores.

Tabela 6-33 – Diferença entre considerações para o carregamento de multidão.

Caso	Carregamento	Diferença (%)	
		AG_Tab_Completo	AG_Courbon
(1) 3L1TCA 30m	Multidão	12,10%	0,00%
	Acidental	6,45%	0,00%
	Total	2,80%	0,00%
(2) 3L0TCA 30m	Multidão	4,68%	0,02%
	Acidental	2,34%	0,01%
	Total	1,02%	0,00%
(3) 3L3TCA 30m	Multidão	10,73%	0,00%
	Acidental	5,68%	0,00%
	Total	2,42%	0,00%
(4) 3L1TCP 30m	Multidão	6,44%	0,22%
	Acidental	3,57%	0,12%
	Total	1,51%	0,05%
(5) 3L1TCA 15m	Multidão	10,14%	0,02%
	Acidental	3,79%	0,01%
	Total	2,03%	0,00%

Fonte: Autoria Própria.

6.6.2 Influência das transversinas

A partir da análise de todos os casos deste trabalho, é perceptível, nos modelos por Analogia de Grelha, o efeito discreto de distribuição dos esforços devido às transversinas intermediárias. De modo que, nas seções próximas a estas, há uma redução significativa dos momentos fletores, os quais são distribuídos pelas transversinas às outras longarinas, o que não acontece com os procedimentos simplificados. Também é importante ressaltar que, devido a esse efeito discreto das transversinas, nas longarinas intermediárias dos modelos por Analogia de Grelha, quando submetidas ao carregamento do veículo-tipo, os momentos máximos não ocorrem na seção do meio do vão. A exceção é o caso 2, devido à inexistência de transversinas intermediárias, e que por este motivo apresentou os maiores valores de momentos para este carregamento.

Esse efeito discreto das transversinas intermediárias na redução dos valores de momentos fletores nas vigas externas é pequeno, mas perceptível. Para as vigas internas, porém, este é muito mais claro e pronunciado. Demonstrou-se, portanto, que se as vigas possuem inércia semelhante, há um efeito de grelha significativo entre as transversinas e as longarinas intermediárias. As longarinas externas, por outro

lado, tiveram um comportamento muito mais próximo ao de um apoio para as transversinas.

Em relação aos casos de carregamento analisados, foi muito pronunciado para o veículo-tipo, uma vez que este atua próximo as longarinas, enquanto que para os permanentes e acidentais de multidão, por serem distribuídos em uma área maior do tabuleiro, esse efeito praticamente inexistente. Assim, nos trechos sem transversinas, o carregamento do trem-tipo irá se concentrar muito mais na longarina mais próxima, o que não ocorre de forma tão pronunciada para os demais. Portanto, quanto maior o número de transversinas, mais uniforme será a envoltória de momentos fletores.

Isto é, um número menor de transversinas faz com que a rigidez transversal do tabuleiro seja menor, de modo que os carregamentos se concentram na longarina mais próxima. Por conseguinte, a distribuição de esforços para as demais longarinas é bem menor.

De forma resumida, as transversinas apresentam um efeito discreto de transmissão de esforços, com maior influência nas longarinas intermediárias devido ao efeito de grelha mais pronunciado; deste modo, para garantir uma distribuição uniforme dos esforços, o número de transversinas não deve ser muito pequeno.

A fim de facilitar as demais análises acerca da influência do número de transversinas, a Tabela 6-34 apresenta os momentos máximos para as longarinas externas e internas, obtidos pelos procedimentos de Analogia de Grelha, Engesser-Courbon e Fauchart, para os casos 1, 2 e 3, nos quais varia-se apenas o número de transversinas. O modelo por Elementos Finitos não foi incluído nas análises por ser muito semelhante ao de Analogia de Grelha.

Tabela 6-34 – Momentos fletores máximos para casos 1, 2 e 3.

Caso	Viga	Carregamento	Analogia Grelha	Engesser-Courbon		Fauchart	
			M (kN.m)	M (kN.m)	Dif (%)	M (kN.m)	Dif (%)
(1) 3L1TCA 30m	V1	Trem-tipo	2700,0	2833,6	4,9%	2819,1	4,4%
		Mutidão	3430,0	3476,3	1,4%	3402,1	-0,8%
		Permanente	7471,5	7599,8	1,7%	7658,1	2,5%
	V2	Trem-tipo	1438,4	1062,6	-26,1%	1171,8	-18,5%
		Mutidão	3019,6	3047,2	0,9%	3067,6	1,6%
		Permanente	7777,2	7599,8	-2,3%	7495,4	-3,6%
(2) 3L0TCA 30m	V1	Trem-tipo	2983,4	2833,6	-5,0%	3137,4	5,2%
		Mutidão	3114,6	3476,3	11,6%	3156,9	1,4%
		Permanente	7736,6	7374,8	-4,7%	7847,6	1,4%
	V2	Trem-tipo	1946,9	1062,6	-45,4%	1952,5	0,3%
		Mutidão	3159,0	3047,2	-3,5%	3194,8	1,1%
		Permanente	6544,4	7374,8	12,7%	6421,8	-1,9%
(3) 3L3TCA 30m	V1	Trem-tipo	2710,6	2833,6	4,5%	2801,28	3,3%
		Mutidão	3372,7	3476,35	3,1%	3418,3	1,4%
		Permanente	7777,0	7824,75	0,6%	7849,33	0,9%
	V2	Trem-tipo	1305,2	1062,6	-18,6%	1120,83	-14,1%
		Mutidão	3047,1	3047,2	0,0%	3056,95	0,3%
		Permanente	7824,3	7824,75	0,0%	7772,44	-0,7%

Fonte: Autoria Própria.

Quando são comparadas as envoltórias de momentos da longarina externa para os três primeiros casos, percebe-se que as diferentes metodologias utilizadas apresentam resultados semelhantes para todos os casos de carregamento. Ressalta-se, contudo, que apenas no caso 2, em que não há transversinas intermediárias, as diferenças ficam um pouco mais significativas. Para o modelo por Engesser-Courbon isto era esperado, dado que um tabuleiro sem transversinas intermediárias não deve ser considerado rígido transversalmente. O processo de Fauchart, por outro lado, retratou melhor a distribuição dos carregamentos neste caso quando foi utilizada somente a inércia da laje, ou seja, não foram incluídas as transversinas dos apoios em uma inércia equivalente.

Nas longarinas internas, contudo, as diferenças entre os procedimentos clássicos e o de Analogia de Grelha são significativas, e contrárias à segurança, para o caso de carregamento de trem-tipo. No caso 2, sem transversinas intermediárias, há também diferenças relevantes para o caso de carregamentos permanentes. Assim, pode-se concluir que os procedimentos clássicos tendem a subestimar a parcela dos carregamentos que atuam nas longarinas internas, em especial quando estão nas

proximidades da viga em questão. A exceção foi o procedimento de Fauchart no caso 2, que, por não ter transversinas intermediárias, possibilitou que representasse adequadamente a rigidez transversal do tabuleiro.

Por fim, nestes três primeiros casos é perceptível, de modo geral, uma leve superioridade do procedimento de Fauchart em relação ao de Engesser-Courbon, quando comparados ao procedimento de Analogia de Grelha, tido como o mais adequado dentre os analisados.

6.6.3 Influência da inércia à torção

Será feita uma comparação entre o caso 1, no qual reduziu-se a inércia à torção das vigas em 85%, conforme indicado pela NBR 6118 (2014) para concreto armado, com o caso 4, em que esta foi mantida com seu valor integral, a fim de simular o efeito da protensão, com ausência de fissuração do concreto em condições de serviço. Os momentos fletores máximos para as longarinas externas (V1) e internas (V2), separados por caso de carregamento, foram listados na Tabela 6-35.

Tabela 6-35 – Momentos fletores máximos para casos 1 e 4.

Caso	Viga	Carregamento	Analogia Grelha	Engesser-Courbon		Fauchart	
			M (kN.m)	M (kN.m)	Dif (%)	M (kN.m)	Dif (%)
(1) 3L1TCA 30m	V1	Trem-tipo	2700,0	2833,6	4,9%	2819,1	4,4%
		Mutidão	3430,0	3476,3	1,4%	3402,1	-0,8%
		Permanente	7471,5	7599,8	1,7%	7658,1	2,5%
	V2	Trem-tipo	1438,4	1062,6	-26,1%	1171,8	-18,5%
		Mutidão	3019,6	3047,2	0,9%	3067,6	1,6%
		Permanente	7777,2	7599,8	-2,3%	7495,4	-3,6%
(4) 3L1TCP 30m	V1	Trem-tipo	2468,7	2833,6	14,8%	2558,85	3,7%
		Mutidão	3254,6	3476,35	6,8%	3238,1	-0,5%
		Permanente	7520,6	7599,75	1,1%	7651,12	1,7%
	V2	Trem-tipo	1405,0	1062,6	-24,4%	1166,73	-17,0%
		Mutidão	3024,6	3047,2	0,7%	3064,56	1,3%
		Permanente	7677,3	7599,75	-1,0%	7496,98	-2,3%

Fonte: Autoria Própria.

Verifica-se, a partir da comparação dos dois casos, que a inércia à torção das vigas colabora muito na distribuição transversal dos carregamentos, na medida em que houve redução significativa da diferença entre os momentos das longarinas

internas e externas. Portanto, confirma-se que a rigidez à torção das vigas auxilia de forma considerável na rigidez transversal do tabuleiro, de modo a promover uma melhor distribuição dos esforços.

Este efeito é mais perceptível para o caso de carregamento do trem-tipo, dado que a diferença de momentos entre V1 e V2 era mais elevada, mas também é verificado para os carregamentos permanentes e acidentais de multidão. Isto é, no caso 4 os momentos fletores máximos de V1 e V2 são mais próximos entre si, para um mesmo carregamento, do que para o caso 1. Destaque-se, também, que não só o modelo por Analogia de Grelha refletiu este resultado, mas o de Fauchart também.

Com relação ao caso 4, com longarinas e transversinas sem redução na inércia à torção, percebe-se que o procedimento de Fauchart tende a apresentar momentos fletores mais próximos aos obtidos por Analogia de Grelha do que o procedimento de Engesser Courbon. Fauchart só não foi eficiente para o momento fletor devido ao trem-tipo na longarina interna, o qual, destaca-se, não ocorreu no meio do vão, mas à 9,5 m dos apoios, o que reforça a importância das transversinas na distribuição dos esforços. Já o modelo por Engesser-Courbon também não refletiu de forma adequada os momentos devido ao trem-tipo e à multidão na longarina externa.

No entanto, é coerente o fato do procedimento de Engesser-Courbon não ter sido tão apropriado, visto que uma de suas premissas básicas é desprezar o efeito da inércia à torção dos elementos.

6.6.4 Influência do comprimento do tabuleiro

O caso 5, que possui um vão equivalente à metade dos demais, será comparado ao primeiro caso a fim de avaliar se a redução da relação comprimento/largura tem influência significativa na distribuição dos esforços e se os procedimentos utilizados foram capazes de refletir estas mudanças. A Tabela 6-36 reproduz os momentos máximos para ambos os casos.

Tabela 6-36 – Momentos fletores máximos para casos 1 e 5.

Caso	Viga	Carregamento	Analogia Grelha	Engesser-Courbon		Fauchart	
			M (kN.m)	M (kN.m)	Dif (%)	M (kN.m)	Dif (%)
(1) 3L1TCA 30m	V1	Trem-tipo	2700,0	2833,6	4,9%	2819,1	4,4%
		Mutidão	3430,0	3476,3	1,4%	3402,1	-0,8%
		Permanente	7471,5	7599,8	1,7%	7658,1	2,5%
	V2	Trem-tipo	1438,4	1062,6	-26,1%	1171,8	-18,5%
		Mutidão	3019,6	3047,2	0,9%	3067,6	1,6%
		Permanente	7777,2	7599,8	-2,3%	7495,4	-3,6%
(5) 3L1TCA 15m	V1	Trem-tipo	1502,0	1451,11	-3,4%	1575,44	4,9%
		Mutidão	948,2	984,974	3,9%	926,94	-2,2%
		Permanente	1992,2	1845,39	-7,4%	2026,35	1,7%
	V2	Trem-tipo	957,5	544,165	-43,2%	860,978	-10,1%
		Mutidão	899,6	863,381	-4,0%	892,792	-0,8%
		Permanente	1870,4	1845,39	-1,3%	1820,95	-2,6%

A principal mudança que se verifica com a redução do vão foi a influência muito maior do carregamento devido ao trem-tipo, com valores muito próximos, inclusive, aos observados para o carregamento permanente. Isto indica claramente que, em pontes com menor comprimento, o peso do veículo-tipo tem muito mais importância do que para as pontes de maior vão, nas quais ele perde relevância frente aos demais carregamentos.

Observa-se também que, enquanto para o caso 1, o carregamento permanente foi superior na viga interna, no caso 5 a situação se inverteu, resultado da maior influência do peso próprio das barreiras de proteção nas vigas externas. Esta se deve ao fato de que, quanto menor a relação comprimento/largura da ponte, menor também é a relação entre a rigidez transversal/longitudinal. Para entender este comportamento, pode-se fazer uma analogia com lajes de edifícios armadas em uma ou duas direções; da mesma forma que nas lajes armadas em duas direções, nas pontes mais curtas a transmissão de esforços na direção transversal tende a ser menor do que em pontes de maior vão.

Quanto aos procedimentos clássicos, repetiu-se o que já foi verificado anteriormente, com Fauchart um pouco mais próximo à Analogia de Grelha do que Engesser-Courbon. Destaca-se, contudo, que devido à menor relação vão/largura, e consequentemente com um tabuleiro menos rígido transversalmente em relação à direção longitudinal, o valor de momento fletor para a viga interna por Engesser-

Courbon foi mais de 40 % inferior ao verificado pelo modelo de Analogia de Grelha. O modelo por Fauchart, por outro lado, refletiu esta mudança de forma muito mais adequada.

Este resultado é coerente com a premissa básica do procedimento de Engesser-Courbon, de que a largura da ponte seja inferior à metade do vão da mesma, o que foi respeitado para os casos 1 a 4, mas não para o caso 5.

É pertinente ressaltar que, devido ao fato da ponte do caso 5 ser relativamente pequena em relação ao comprimento do veículo tipo, e deste ter uma importância muito grande comparado aos demais carregamentos, seria prudente utilizar, em projeto, o trem-tipo padrão não-homogeneizado.

6.6.5 Comentários gerais acerca dos resultados

Dentre os carregamentos analisados, os permanentes foram os que apresentaram valores mais próximos dentre os diferentes procedimentos e métodos avaliados, e o acidental devido ao trem-tipo teve as maiores diferenças. Este fato se justifica visto que o peso próprio da estrutura e do revestimento é simétrico no tabuleiro, então tende a se distribuir de forma mais uniforme. Já os acidentais atuam apenas nas regiões desfavoráveis, de forma que o efeito de grelha é mais preponderante nestes casos.

Com relação aos esforços para as vigas externas, constatou-se que os procedimentos clássicos e numéricos apresentaram resultados semelhantes, com diferenças que raramente ultrapassaram 5%. O procedimento de Fauchart teve uma diferença superior a esta apenas no modelo sem transversinas intermediárias, no qual não representou adequadamente o carregamento de multidão.

Já o procedimento de Engesser-Courbon, em relação as longarinas externas, se mostrou inadequado justamente nas situações em que era esperado. Foram estes o modelo sem transversinas intermediárias (não condiz com a premissa de transversinas infinitamente rígidas), no modelo sem redução na rigidez à torção (desprezada por este procedimento), e no caso da ponte com vão de 15,0 m (cuja largura foi superior a metade do vão).

Por outro lado, nenhum desses procedimentos se mostrou adequado para representar a longarina interna, em relação aos carregamentos devido ao trem-tipo,

cujos momentos eram sempre contrários à segurança e com diferenças superiores a 10%, culminando a quase 50% em alguns deles. Deve-se ressaltar, contudo, que para os carregamentos permanentes e de multidão, os procedimentos clássicos resultaram em valores de momentos fletores muito mais razoáveis. Assim, ao proceder com a combinação das ações, estas diferenças deixam de ser tão expressivas. Além disso, reconhece-se que a prática comum de projeto, de dimensionar a longarina mais crítica e adotar o mesmo detalhamento para as demais, evitaria problemas de segurança inadequada na medida em que a longarina externa foi sempre a mais solicitada.

7 CONCLUSÃO

O presente trabalho de conclusão de curso visou analisar a distribuição dos esforços solicitantes em longarinas de pontes em grelha, por meio de procedimentos tradicionais e consagrados na prática, tais como o de Engesser-Courbon e o de Fauchart, e também por meio de métodos computacionais, como a Analogia de Grelha e Elementos Finitos. Destaca-se que, para o procedimento de Fauchart, foi feita uma implementação computacional em um software de análise matricial de estruturas planas, a fim de calcular a linha de influência de reações para cada longarina.

Desta forma, oportunizou-se estudar e aplicar modelos computacionais, os quais possuíam relativa simplicidade, para a análise de estruturas com um elevado grau de hiperestaticidade. Além de analisar aspectos interessantes relativos ao comportamento estrutural de pontes, pode-se suprir uma lacuna do curso de Engenharia Civil, no qual a aplicação de recursos computacionais para o projeto de estruturas é pequena e quase limitada às cadeiras optativas.

Acerca dos procedimentos clássicos, pode-se constatar desde a facilidade com que podem ser aplicados, visto que após a distribuição transversal do carregamento recaem em um modelo de viga, até as suas limitações e em que situações podem deixar de ser válidos.

Em relação aos procedimentos computacionais, mesmo se tratando de modelos de barras, reconheceu-se a necessidade de um maior conhecimento sobre o modelamento estrutural. Foi preciso, por exemplo, aplicar de modo apropriado os carregamentos, as condições de vinculação, e ponderar quanto a certos aspectos do comportamento estrutural, tais como a rigidez à torção das vigas e grelhas. Desta forma, a análise dos resultados obtidos deixou de ser tão simples e imediata quanto pelos processos anteriores.

Com os devidos cuidados de modelamento estrutural e de validação, no entanto, considerou-se que os recursos computacionais podem oferecer resultados que representem melhor o comportamento da ponte. Permitem, por exemplo, considerar de forma mais adequada como a rigidez dos elementos estruturais afetam a distribuição dos carregamentos no tabuleiro. Engesser-Courbon, por outro lado,

considera as transversinas como infinitamente rígidas, e Fauchart utiliza uma rigidez média, em função da laje, das transversinas e do espaçamento entre elas.

Sobre os cuidados necessários para representar adequadamente os carregamentos nos modelos computacionais, teve-se uma importante conclusão acerca da posição do carregamento accidental de multidão. Enquanto por Engesser-Courbon e Fauchart bastava elaborar a linha de influência de reações, por Analogia de Grelha e Elementos Finitos a definição da região a ser carregada não é tão imediata. Concluiu-se, contudo, que aplicar o carregamento conforme o estabelecido pelos procedimentos clássicos forneceu um excelente resultado. Por outro lado, não se recomenda carregar todo o tabuleiro para as longarinas externas.

Em relação ao efeito das transversinas, observou-se que elas atuam efetivamente na distribuição dos esforços entre as longarinas. Deste modo, um número maior de transversinas torna mais uniforme a envoltória de momentos fletores. Também é importante notar que, quanto maior foi o número de transversinas, maior foi a semelhança na distribuição dos esforços entre os procedimentos clássicos e os procedimentos numéricos. No extremo oposto, no caso em que não foram utilizadas transversinas intermediárias, os resultados dos procedimentos simplificados não foram tão satisfatórios, em especial o de Engesser-Courbon (o que faz sentido pela inexistência de transversinas infinitamente rígidas).

Acerca da rigidez à torção dos elementos, ficou evidente sua influência na distribuição dos esforços entre as longarinas. No caso em que se considerou a inércia à torção plena, por exemplo, a diferença entre os momentos fletores das longarinas internas e externas foi muito inferior do que nos demais casos. Sobre os resultados obtidos para este caso por meio dos procedimentos clássicos, averiguou-se que o de Fauchart foi, de modo geral, muito superior ao de Courbon, tomando como base o de Analogia de Grelha. Porém, na medida em que Engesser-Courbon despreza a inércia à torção, tal resultado já seria esperado.

Também foi testada a influência do comprimento do vão da ponte, a partir da qual se detectou que, para vão menores, cresce a importância do carregamento devido ao veículo tipo. Desta forma, é prudente utilizar o veículo tipo não-homogeneizado para o cálculo dos esforços em projeto. Neste caso, o procedimento de Engesser-Courbon também não foi tão satisfatório, por não se atender a condição

de que a largura fosse inferior a duas vezes o vão. Isto posto, não se pode mais assumir que o carregamento se distribua apenas linearmente na direção transversal, pois a distribuição na direção perpendicular, diretamente para as transversinas, não é mais desprezável.

Apesar destas ressalvas, para os casos usuais de pontes, com vão superiores à metade da largura e ao menos uma transversina intermediária, os procedimentos simplificados apresentam resultados satisfatórios para as envoltórias de momentos fletores das longarinas externas.

O mesmo não ocorreu para as vigas internas, nas quais verificou-se que podem ocorrer diferenças significativas, e contrárias à segurança, entre os procedimentos clássicos e os numéricos. Os resultados foram mais sensíveis para o carregamento accidental devido ao veículo-tipo, dado que são cargas elevadas e que podem atuar muito próximas às longarinas, e em especial nos casos com poucas transversinas. Nestas condições, os processos simplificados foram incapazes de representar de modo adequado a distribuição dos esforços pelas longarinas. Portanto, não se recomenda dimensionar longarinas internas com os respectivos esforços obtidos a partir de procedimentos simplificados, tais como Engesser-Courbon e Fauchart.

Ao longo deste trabalho, adotou-se os resultados obtidos pelos modelos de Analogia de Grelha como parâmetro para os demais. Entretanto, reconhece-se que esta atitude deve ser tomada com cautela, na medida em que modelos mais complexos agregam teorias e parâmetros que precisam ser compreendidas e utilizadas de modo adequado. Os modelos mais simples, por outro lado, apresentam a vantagem de já terem sido testados inúmeras vezes na prática de projeto, além de apresentarem resultados satisfatórios em termos de engenharia, desde que respeitadas as condições para as quais são considerados válidos, conforme pôde ser atestado ao longo do trabalho.

Assim, ainda que os modelos computacionais sejam os mais utilizados na prática dos escritórios de engenharia, e permitam considerar os comportamentos da estrutura de forma mais adequada, procedimentos clássicos continuam a ter uma grande importância para comparação e validação dos modelos, em especial para engenheiros sem muita experiência. Nesta etapa, os modelos simplificados permitem avaliar, de modo qualitativo e quantitativo, se os resultados obtidos são adequados, e

se não houveram erros, por exemplo, na entrada de dados e na modelagem da estrutura. Portanto, não se deve aceitar os resultados dos modelos computacionais sem a devida análise crítica.

Por fim, também é importante destacar que não existe apenas um único modelo aceitável do ponto de vista da engenharia. Neste trabalho, por exemplo, todas as análises feitas estavam dentro do regime elástico linear, entretanto também pode-se considerar análises com redistribuição de esforços, análises plásticas, dentre outras, as quais não necessariamente são melhores ou piores do que as demais. O importante é que o engenheiro tenha plena consciência das características e limitações do modelo utilizado, em quais situações é válido utilizá-lo, e posteriormente faça um dimensionamento adequado para esta análise.

7.1 SUGESTÕES PARA TRABALHO FUTUROS

A partir dos resultados e conclusões alcançados com este trabalho de conclusão de curso, e a fim de trazer novas contribuições para o modelamento e análise de pontes em grelha, sugere-se a realização dos seguintes estudos:

- a) Verificar a influência da variação da espessura da laje, do aumento do número de longarinas e da inclusão de balanços e encontros na distribuição dos esforços;
- b) Analisar modelos variando a discretização dos elementos de barra;
- c) Estudar o comportamento de pontes em grelha por procedimentos clássicos e numéricos em relação aos esforços cortantes;
- d) Comparar os esforços obtidos por modelos de Analogia de Grelha e Elementos Finitos com as tabelas de Rüsch para as lajes de pontes em grelha;
- e) Realizar o dimensionamento das longarinas internas e externas dos modelos estudados e verificar qual a economia de aço que pode ser obtida, em relação à prática comum de repetir o obtido para a externa nas demais;
- f) Comparar o dimensionamento das longarinas a partir dos resultados obtidos pelos procedimentos clássicos e computacionais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVES, Eduardo Valeriano; ALMEIDA, Sérgio Marques Ferreira de; JUDICE, Flávia Moll de Souza. **Métodos de Análise Estrutural de Tabuleiros de Pontes em Vigas Múltiplas de Concreto Protendido**. *Engevista*, Rio de Janeiro, v. 6, n. 2, p. 48-58, ago. 2004.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

_____. **NBR 6123**: Forças devidas ao vento em edificações. Rio de Janeiro, 1988.

_____. **NBR 7187**: Projeto de pontes de concreto armado e de concreto protendido - Procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

_____. **NBR 7188**: Carga móvel rodoviária e de pedestres em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas. Rio de Janeiro, 2013.

_____. **NBR 8681**: Ações e segurança nas estruturas – Procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

ANTÔNIO NETO, Aiello Giuseppe. **Pontes** – Apostila 1. Universidade Presbiteriana Mackenzie. Acesso em: 2016.

CHEI, Wai-Fah; DUAN, Lian. **Bridge Engineering Handbook**: Fundamentals. 2ª Edição. Boca Raton: Taylor & Francis Group, 2014.

COELHO, Jano D'Araujo. **Modelagem de Lajes de Concreto Armado por Analogia de Grelha**. 2000. 220p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2000.

COMPUTERS AND STRUCTURES, Inc. **CSI Analysis Reference Manual For SAP2000, ETABS, SAFE and CSiBridge**. 14ª Edição. Berkeley: Computers And Structures, Inc, 2015. Disponível em: < <http://docs.csiamerica.com/manuals/etabs/Analysis%20Reference.pdf> >. Acesso em: 2016.

COOK, Robert Davis; MALKUS, David Starr; PLESHA, Michael E. **Concepts and Applications of Finite Element Analysis**. 3ª Edição. Madison: John Wiley & Sons Incorporation, 1989.

DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTES – DNIT. **DNIT 109/2009 - PRO** – Obras complementares – Segurança no tráfego rodoviário - Projeto de barreiras de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, Instituto de Pesquisas Rodoviárias - IPR, 2009.

_____. **DNIT 122/2009 - ES – Pontes e Viadutos Rodoviários – Estruturas de Concreto Armado – Especificação de Serviço.** Rio de Janeiro, Instituto de Pesquisas Rodoviárias - IPR, 2009.

HAMBLY, Edmund Cadbury. **Bridge Deck Behaviour.** 2ª Edição. London: Chapman & Hall, 1991.

KAESTNER, Camile Luana. **Dimensionamento de Longarinas Protendidas com a Consideração das Etapas Construtivas.** 2015. 182 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2015.

LEONHARDT, Fritz. **Construções de concreto, v. 6:** princípios básicos da construção de pontes em concreto. Rio de Janeiro: Editora Interciência LTDA, 1979.

LONGO, Henrique Innecco. **Esforços Máximos em Pontes Tipo Grelha.** 1979. 217p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1979.

LORIGGIO, Daniel Domingues. **Reflexões sobre o Projeto de Estruturas de Concreto Armado Usando Recursos Computacionais.** *Revista Estrutura*, São Paulo, v. 1, n. 1, p. 61-65, jun. 2016.

MARTHA, Luiz Fernando. **Ftool:** Um programa Gráfico-Interativo para Ensino de Comportamento de Estruturas. Edição 3.1. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2015. Disponível em: < http://webserver2.tecgraf.puc-rio.br/ftp_pub/lft/ftoolman301-pt.pdf >. Acesso em: 2016.

MASON, James. **Pontes em Concreto Armado e Protendido.** Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1977.

MOURA, Márcio Wrague; FERREIRA, Matheus Wanglon; REAL, Mauro de Vasconcellos; DOS SANTOS, Gabriela Carré. **Comparação do Método de Fauchart e do Método dos Elementos Finitos na Avaliação da Distribuição de Esforços Transversais em Pontes Rodoviárias.** In: CONGRESSO BRASILEIRO DE PONTES E ESTRUTURAS, 9., 2016, Rio de Janeiro. Anais.

O'CONNOR, Colin. **Ponte:** Superestruturas. Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1975.

PARK, Robert; Gamble, Willian L. **Reinforced Concrete Slabs.** 2ª Edição. New York: John Wiley & Sons Incorporation, 1999.

PFEIL, Walter. **Pontes em Concreto Armado:** elementos de projeto, solicitações, dimensionamento. 2ª Edição. Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1980.

SOUZA, Carlos Francisco Pecapedra. **Análise da Distribuição de Momentos Fletores em Pontes Bi-Apoiadas**. 2015. 156p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2015.

SPERNAU, Wilson. **Apostila de Pontes**. Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC – Florianópolis/SC. Centro Tecnológico, Departamento de Engenharia Civil. Disciplina ECV 5260 – Pontes – Notas de Aula. 2012.

STUCCHI, Fernando Rebouças. **Pontes e Grandes Estruturas**. Notas de Aula - PEF-2404. Universidade de São Paulo - Escola Politécnica - Departamento de Estruturas e Fundações. São Paulo, 2006. Disponível em: <<http://www.lem.ep.usp.br/PEF2404/Apostila%20Super.pdf>>. Acesso em: 2016.

TANG, Man-Chung. **Evolution of Bridge Technology**. In: IABSE SYMPOSIUM. 29., 2007, Weimar. IABSE Reports, ISSN, Vol. 93.

THOMAZ, Christo Silveira. **Notas de Aula**: Eng. Emilio Baumgart, Construções de Concreto. Instituto Militar de Engenharia - Seção de Ensino de Engenharia de Fortificação e Construção. Rio de Janeiro, 2016. Disponível em: <<http://aquarius.ime.eb.br/~webde2/prof/ethomaz/>>. Acesso em: 2016.

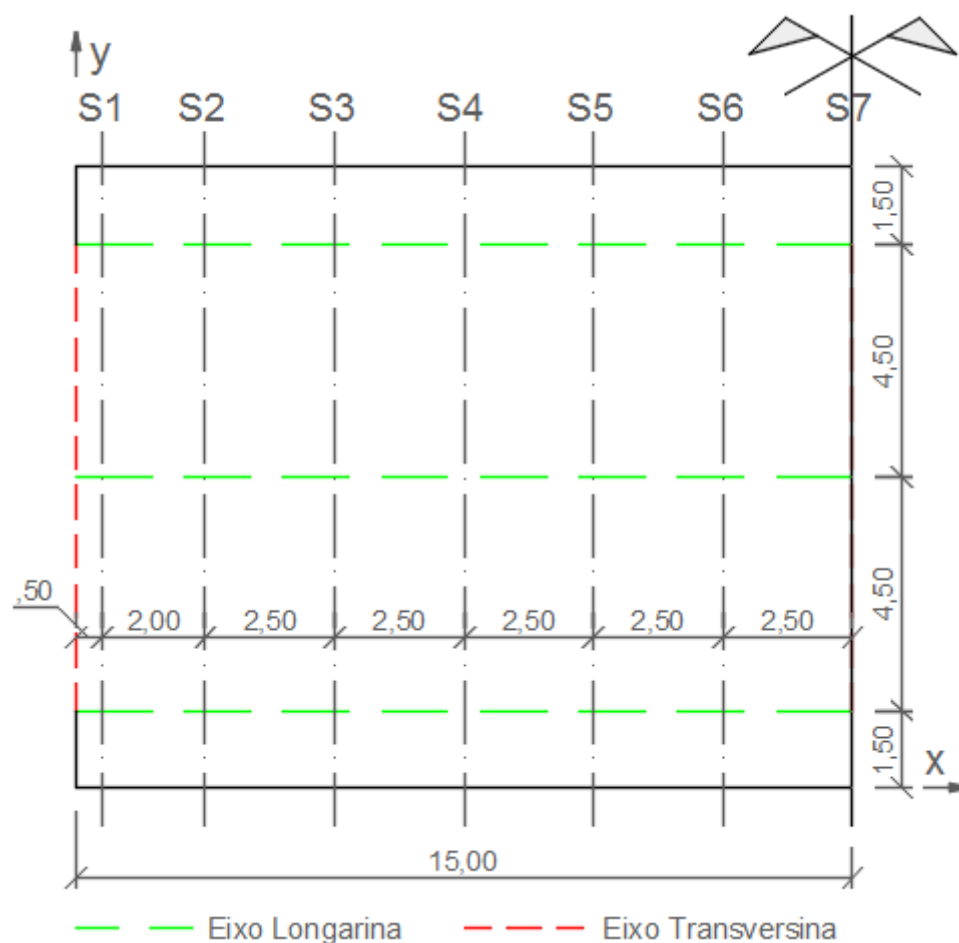
APENDICE A – Estudo da Posição Crítica da Carga de Multidão

Uma etapa importante da análise de estruturas é a definição dos carregamentos e das posições em que atuam. Nas pontes em grelha analisadas neste trabalho, os carregamentos permanentes tinham sua posição já definida, e mesmo para os acidentais devido ao trem-tipo, os quais podem atuar em qualquer posição, é simples definir a posição crítica, mesmo que seja necessário analisar algumas possibilidades.

O mesmo não ocorre para o carregamento acidental de multidão. Sabia-se previamente, devido aos procedimentos simplificados de Engesser-Courbon e Fauchart, que existem posições no tabuleiro desfavoráveis para determinadas longarinas, e outras posições que podem reduzir os esforços solicitantes nas mesmas. Porém, além de não se conhecer esta região, não é possível saber de antemão se esta é constante ou variável ao longo do tabuleiro.

Supôs-se, todavia, que aplicar o carregamento de multidão em todo o tabuleiro seria uma simplificação grosseira, que poderia acarretar em erros não desprezáveis e contrários a segurança. Além disso, não se tinha previamente a noção se a região estabelecida pelos procedimentos simplificados teria, ou não, bons resultados para as análises por analogia de grelha.

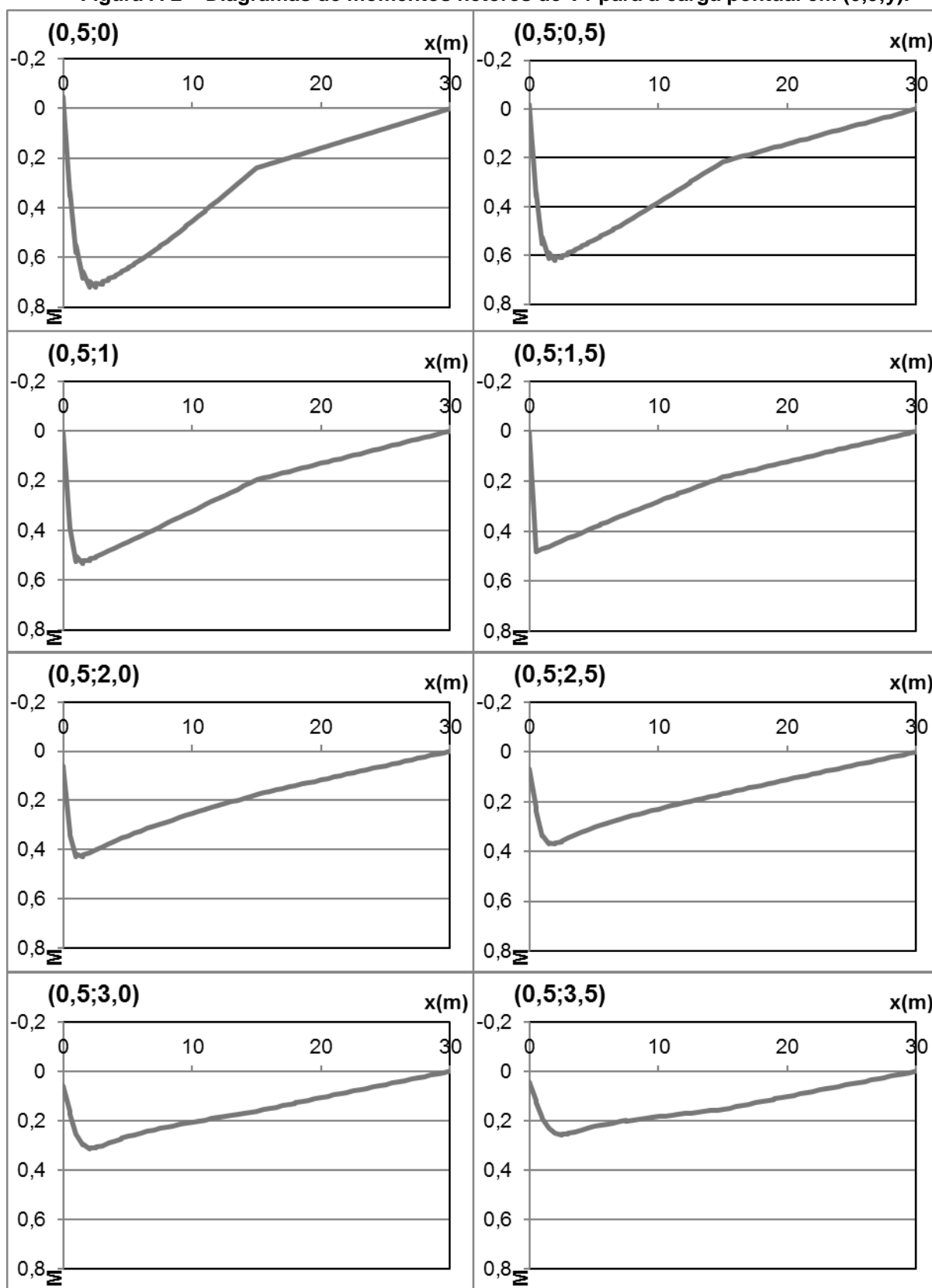
Deste modo, procedeu-se com um estudo detalhado para o Caso 1 (1L 1T CA 30m), em que se aplicou, de forma sucessiva, uma carga unitária vertical nos nós de uma dada seção na direção transversal da ponte. Isto é, para uma seção em uma dada coordenada “x”, aplicou-se a carga unitária vertical com variações de 0,5 m na direção “y”, ao longo de todo o tabuleiro, e verificando se o momento no meio do vão da longarina externa era positivo ou negativo. Repetiu-se este processo para seções espaçadas de 2,5 m (Figura A-1), a fim de permitir o traçado das posições que resultaram em momentos positivos e negativos no meio do vão da longarina externa.

Figura A-1 – Seções para estudo da posição crítica do carregamento de multidão.

Fonte: Autoria Própria.

A fim de ilustrar os resultados obtidos, as Figuras A-2 até A-5 apresentam os diagramas de momentos fletores obtidos para a seção S1, situada à 0,5 m da extremidade do tabuleiro. Situou-se o eixo x a 0,25 m da barreira (ponto sobre o qual ficaria o eixo do pneu), e o eixo y no eixo da transversina do apoio esquerdo.

Figura A-2 – Diagramas de momentos fletores de V1 para a carga pontual em (0,5;y).



Fonte: Autoria Própria.

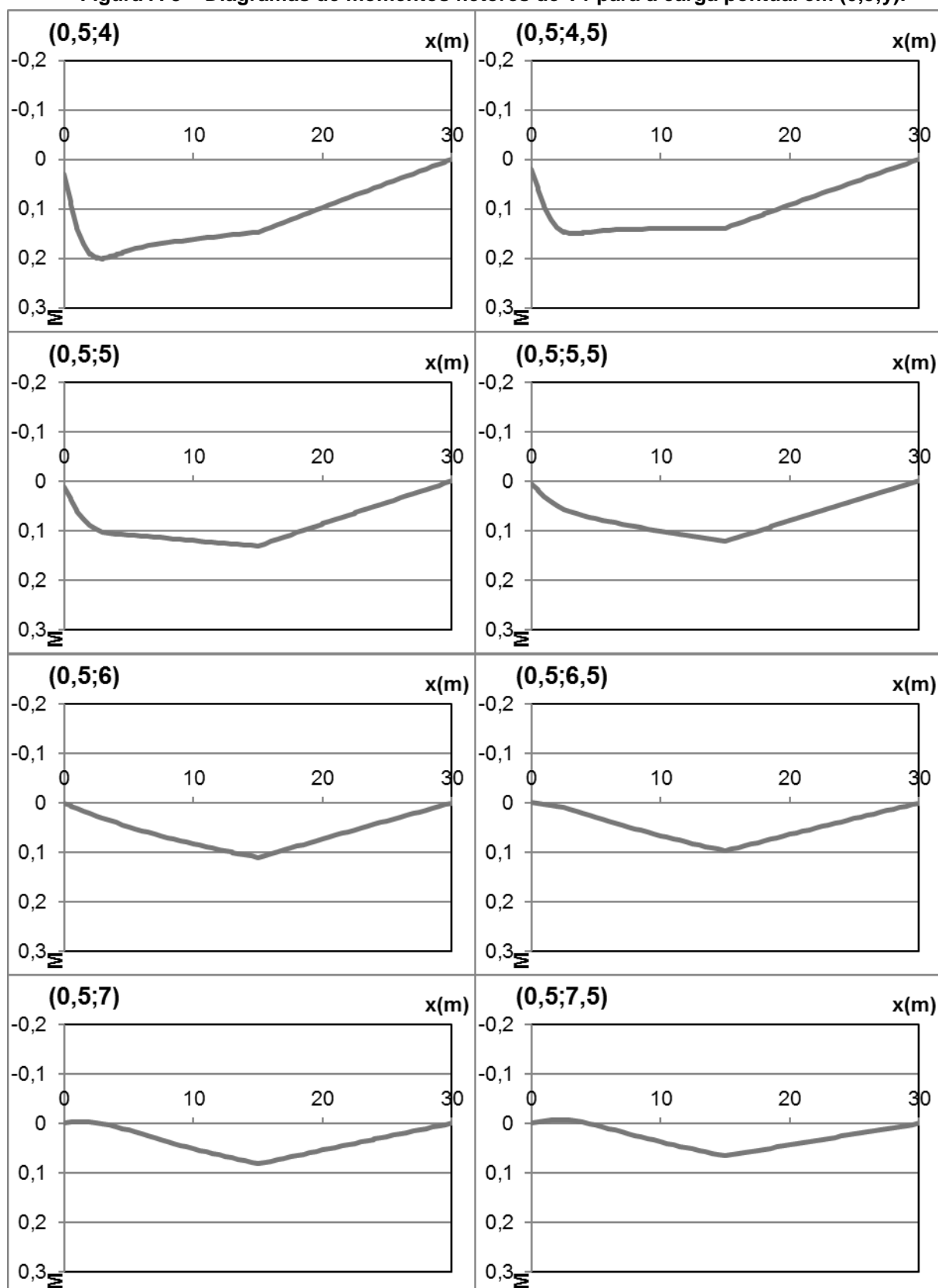
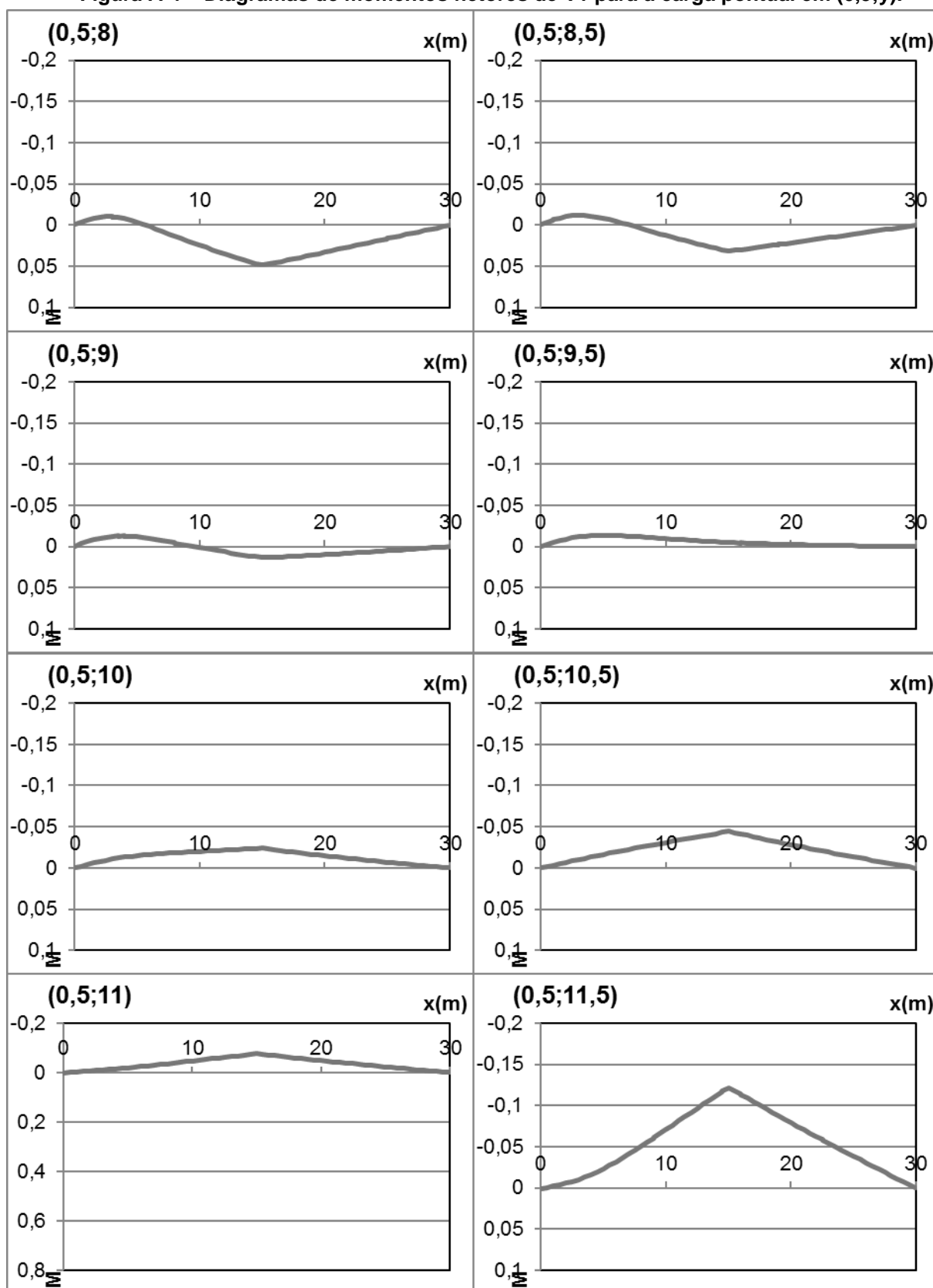
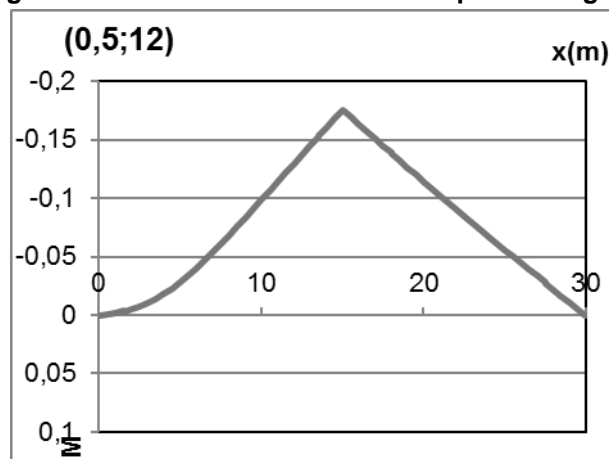
Figura A-3 – Diagramas de momentos fletores de V1 para a carga pontual em (0,5;y).**Fonte: Autoria Própria.**

Figura A-4 – Diagramas de momentos fletores de V1 para a carga pontual em (0,5;y).



Fonte: Autoria Própria.

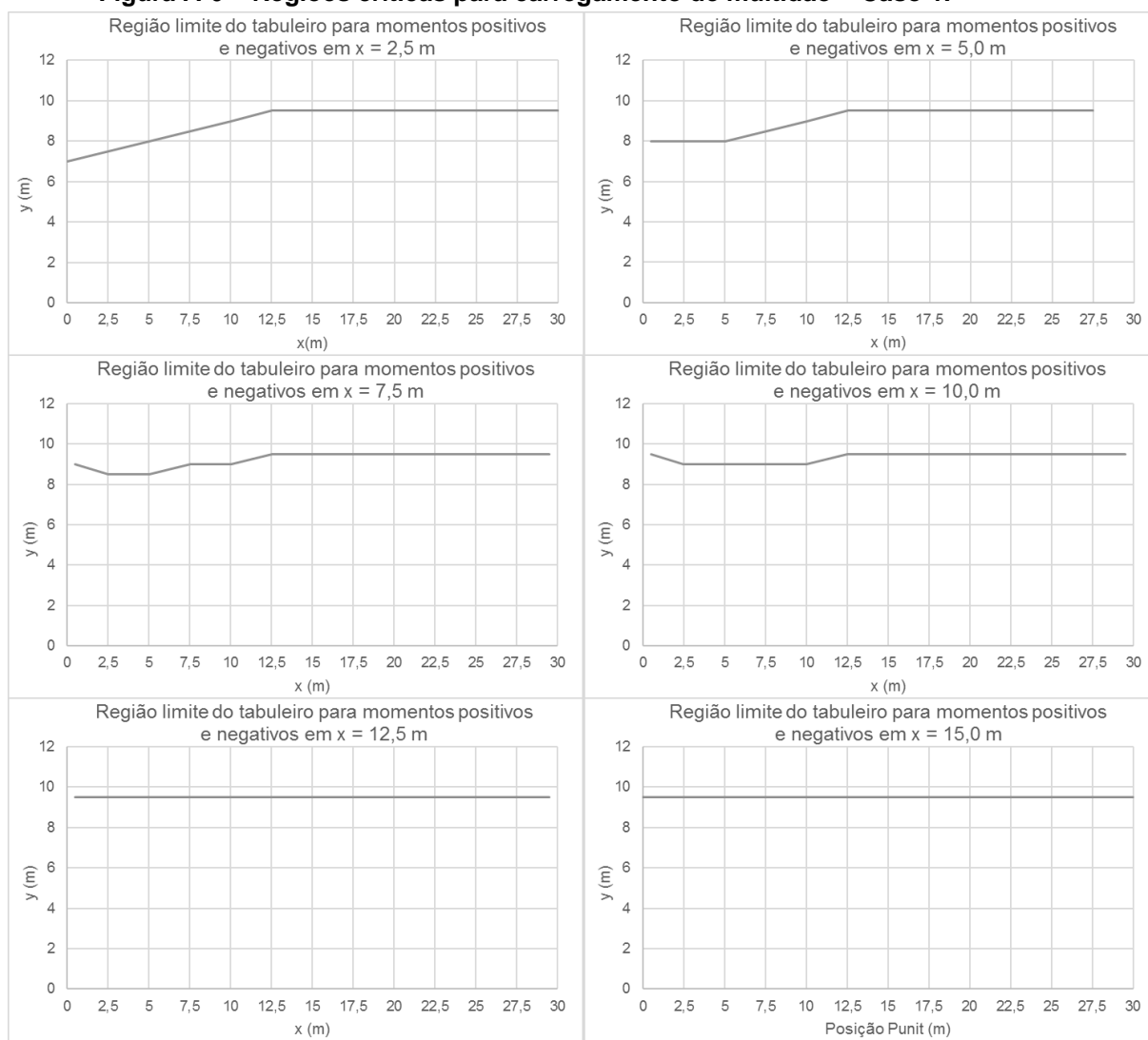
Figura A-5 – Diagrama de momentos fletores de V1 para a carga pontual em (0,5;12).

Fonte: Autoria Própria.

Percebe-se, nestas figuras, que para a carga pontual aplicada em (0,5; 7,0) já existem momentos negativos na longarina V1. Porém, para o meio do vão, só aparecem momentos negativos para cargas situadas em $y = 0,5$ m.

A Figura A-6 demonstra o limite entre as regiões que fornecem momentos positivos e negativos para o caso em questão, e em relação à uma certa posição do tabuleiro. Percebe-se que a região a ser carregada para obter o momento máximo em $x = 2,50$ m não é a mesma que para o meio do vão. Como, nas análises feitas no trabalho, buscou-se encontrar os momentos máximos, adotou-se sempre a região crítica para esta posição.

Para os demais casos estudados, ao invés de repetir tudo o que foi feito no caso 1, partiu-se do pressuposto que a região a ser carregada seria parecida com a estabelecida pelo procedimento de Engesser-Courbon e testou-se posições 0,5 m acima e abaixo desta, buscando estabelecer a região crítica mais rapidamente.

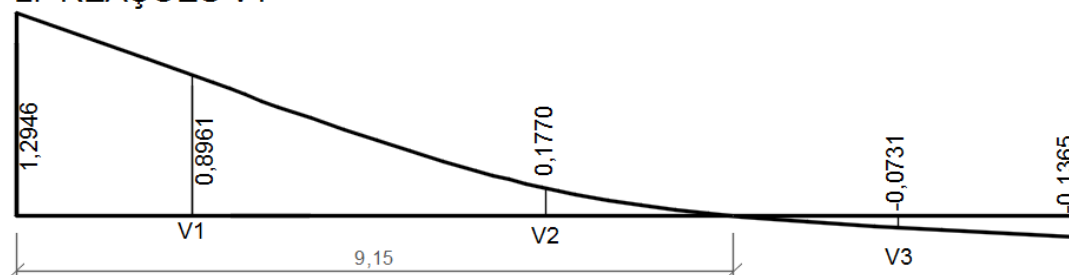
Figura A-6 – Regiões críticas para carregamento de multidão – Caso 1.**Fonte: Autoria Própria.**

APENDICE B – Carregamentos atuantes para casos 2 a 5

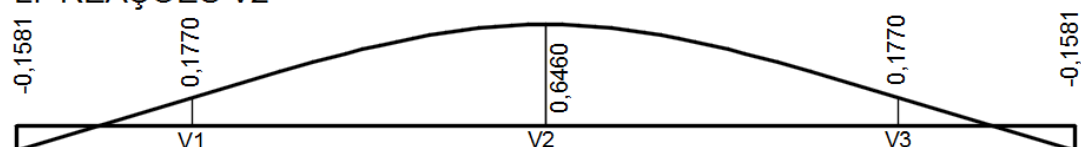
As linhas de influência por Fauchart e os carregamentos atuantes para os modelos por Engesser-Courbon, Fauchart e Analogia de Grelha dos casos 2 a 5, suprimidos do capítulo 6, serão apresentados a seguir.

Figura B-1 – LI de reações por Fauchart para o caso 2.

LI REAÇÕES V1



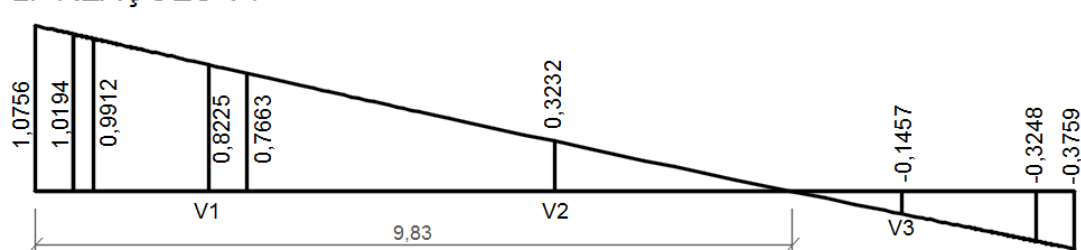
LI REAÇÕES V2



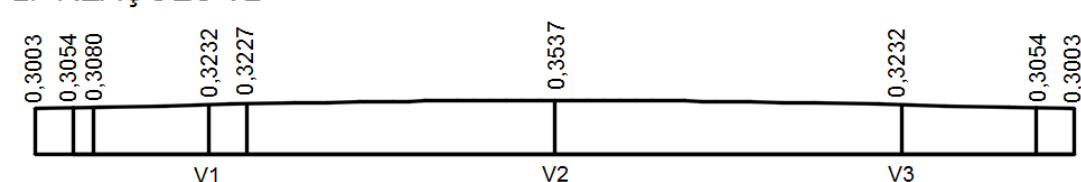
Fonte: Autoria Própria.

Figura B-2 – LI de reações por Fauchart para o caso 3.

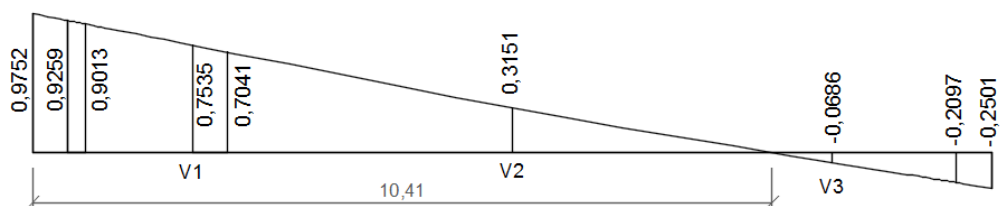
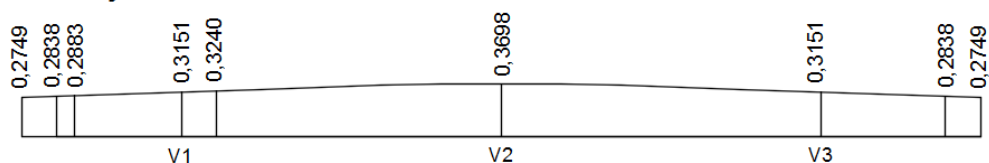
LI REAÇÕES V1



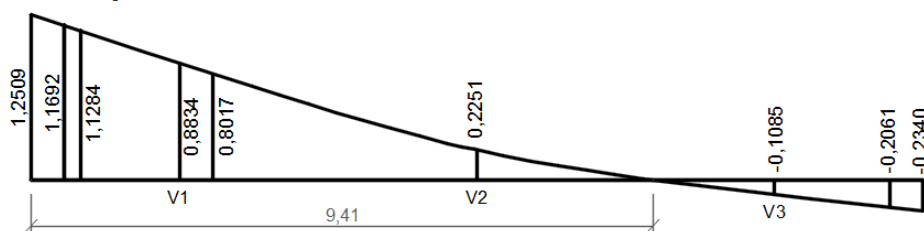
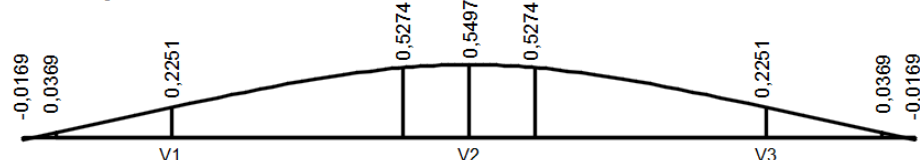
LI REAÇÕES V2



Fonte: Autoria Própria.

Figura B-3 – LI de reações por Fauchart para o caso 4.**LI REAÇÕES V1****LI REAÇÕES V2**

Fonte: Autoria Própria.

Figura B-4 – LI de reações por Fauchart para o caso 5.**LI REAÇÕES V1****LI REAÇÕES V2**

Fonte: Autoria Própria.

Tabela B-1 – Carregamentos para modelo de Fauchart atuantes em V1 do caso 2.

Carregamentos - V1		Pk	CIV	CIA	CNF	Cota LI	Rk V1
Trem-tipo	Q' (kN)	60,00	1,265	1	1	1,968	149,40
	Q" (kN)	60,00	1,265	1,25	1	1,968	186,75
	Q'neg (kN)	60,00	1,265	1	1	-0,174	-13,21
	Q"neg (kN)	60,00	1,265	1,25	1	-0,174	-16,52
Multidão	q' (kN/m)	5,00	1,265	1	1	4,317	27,30
	q" (kN/m)	5,00	1,265	1,25	1	4,317	34,13
	q'neg (kN/m)	5,00	1,265	1	1	-0,255	-1,61
	q"neg (kN/m)	5,00	1,265	1,25	1	-0,255	-2,01
Permanente	g long (kN/m)	23,00	-	-	-	1,000	23,00
	g laje (kN/m)	6,25	-	-	-	4,622	28,89
	g barr (kN/m)	7,89	-	-	-	1,132	8,93
	g revest (kN/m)	2,20	-	-	-	4,062	8,94

Fonte: Autoria Própria.

Tabela B-2 - Carregamentos para modelo de Fauchart atuantes em V2 do caso 2

Carregamentos - V2		Pk	CIV	CIA	CNF	Cota LI	Rk V2
Trem-tipo	Q' (kN)	60,00	1,265	1	1	1,225	92,98
	Q" (kN)	60,00	1,265	1,25	1	1,225	116,22
Multidão	q' (kN/m)	5,00	1,265	1	1	4,369	27,63
	q" (kN/m)	5,00	1,265	1,25	1	4,369	34,54
Permanente	g long (kN/m)	23,00	-	-	-	1,000	23,00
	g laje (kN/m)	6,25	-	-	-	4,248	26,55
	g barr (kN/m)	7,89	-	-	-	-0,263	-2,08
	g revest (kN/m)	2,20	-	-	-	4,369	9,61

Fonte: Autoria Própria.

Tabela B-3 – Carregamentos para o modelo de analogia de grelha – caso 2.

Carregamento		
Trem-tipo	Q' (kN)	75,90
	Q" (kN)	94,88
Multidão	q' (kN/m)	6,33
	q" (kN/m)	7,91
Permanente	g longarina (kN/m)	23,00
	g transv apoio (kN/m)	15,00
	g laje (kN/m)	1,56
	g revestimento (kN/m)	0,55
	P barreira (kN)	3,95
	M barreira (kN.m)	0,28

Fonte: Autoria Própria.

Tabela B-4 – Carregamentos para modelo de Courbon atuantes em V1 e V2 do caso 3.

Carregamento		Pk	CIV	CIA	CNF	Cota LI	Rk V1
Trem-tipo	Q' (kN)	60,00	1,265	1	1	1,778	134,93
	Q" (kN)	60,00	1,265	1,25	1	1,778	168,67
	Q'neg (kN)	60,00	1,265	1	1	-0,444	-33,73
	Q"neg (kN)	60,00	1,265	1,25	1	-0,444	-42,17
Multidão	q' (kN/m)	5,00	1,265	1	1	4,753	30,07
	q" (kN/m)	5,00	1,265	1,25	1	4,753	37,58
	q'neg (kN/m)	5,00	1,265	1	1	-0,587	-3,71
	q"neg (kN/m)	5,00	1,265	1,25	1	-0,587	-4,64

Carregamento		Pk	CIV	CIA	CNF	Cota LI	Rk V2
Trem-tipo	Q' (kN)	60,00	1,265	1	1	0,667	50,60
	Q" (kN)	60,00	1,265	1,25	1	0,667	63,25
Multidão	q' (kN/m)	5,00	1,265	1	1	4,167	26,35
	q" (kN/m)	5,00	1,265	1,25	1	4,167	32,94

Carregamento		pk	Posição
Permanente	g (kN/m)	65,55	Toda longarina
Permanente	G (kN)	30,00	x = 7,5; 15,0; 22,5

Fonte: Autoria Própria.

Tabela B-5 – Carregamentos para modelo de Fauchart atuantes em V1 e V2 do caso 3.

Carregamento V1		Pk	CIV	CIA	CNF	Cota LI	Rk V1
Trem-tipo	Q' (kN)	60,00	1,265	1	1	1,758	133,39
	Q" (kN)	60,00	1,265	1,25	1	1,758	166,74
	Q'neg (kN)	60,00	1,265	1	1	-0,394	-29,88
	Q"neg (kN)	60,00	1,265	1,25	1	-0,394	-37,35
Multidão	q' (kN/m)	5,00	1,265	1	1	4,674	29,56
	q" (kN/m)	5,00	1,265	1,25	1	4,674	36,95
	q'neg (kN/m)	5,00	1,265	1	1	-0,515	-3,26
	q"neg (kN/m)	5,00	1,265	1,25	1	-0,515	-4,07
Permanente	g long (kN/m)	23,00	-	-	-	1,000	23,00
	G transv (kN)	90,00	-	-	-	0,329	29,59
	g laje (kN/m)	6,25	-	-	-	4,507	28,17
	g barreira (kN/m)	7,89	-	-	-	0,698	5,51
	g revest (kN/m)	2,20	-	-	-	4,159	9,15

Carregamento V2		Pk	CIV	CIA	CNF	Cota LI	Rk V2
Trem-tipo	Q' (kN)	60,00	1,265	1	1	0,703	53,37
	Q" (kN)	60,00	1,265	1,25	1	0,703	66,72
Multidão	q' (kN/m)	5,00	1,265	1	1	4,180	26,44
	q" (kN/m)	5,00	1,265	1,25	1	4,180	33,05
Permanente	g long (kN/m)	23,00	-	-	-	1,000	23,00
	G transv (kN)	90,00	-	-	-	0,342	30,80
	g laje (kN/m)	6,25	-	-	-	4,483	28,02
	g barreira (kN/m)	7,89	-	-	-	0,604	4,77
	g revest (kN/m)	2,20	-	-	-	4,180	9,20

Fonte: Autoria Própria.

Tabela B-6 – Carregamentos para o modelo de analogia de grelha – caso 3.

Carregamento Tabuleiro		
Trem-tipo	Q' (kN)	75,90
	Q" (kN)	94,88
Multidão	q' (kN/m)	6,33
	q" (kN/m)	7,91
Permanente	g longarina (kN/m)	23,00
	g transv int (kN/m)	10,00
	g transv apoio (kN/m)	15,00
	g laje (kN/m)	1,56
	g revestimento (kN/m)	0,55
	P barreira (kN)	3,95
	M barreira (kN.m)	0,28

Fonte: Autoria Própria.

Tabela B-7 – Carregamentos para modelo de Fauchart atuantes em V1 e V2 do caso 4.

Carregamento V1		Pk	CIV	CIA	CNF	Cota LI	Rk V1
Trem-tipo	Q' (kN)	60,00	1,265	1	1	1,605	121,85
	Q" (kN)	60,00	1,265	1,25	1	1,605	152,31
	Q'neg (kN)	60,00	1,265	1	1	-0,218	-16,52
	Q"neg (kN)	60,00	1,265	1,25	1	-0,218	-20,65
Multidão	q' (kN/m)	5,00	1,265	1	1	4,428	28,01
	q" (kN/m)	5,00	1,265	1,25	1	4,428	35,01
	q'neg (kN/m)	5,00	1,265	1	1	-0,273	-1,72
	q"neg (kN/m)	5,00	1,265	1,25	1	-0,273	-2,16
Permanente	g long (kN/m)	23,00	-	-	-	1,000	23,00
	G transv (kN)	90,00	-	-	-	0,325	29,29
	g laje (kN/m)	6,25	-	-	-	4,515	28,22
	g barreira (kN/m)	7,89	-	-	-	0,722	5,70
	g revest (kN/m)	2,20	-	-	-	4,155	9,14

Carregamento V2		Pk	CIV	CIA	CNF	Cota LI	Rk V2
Trem-tipo	Q' (kN)	60,00	1,265	1	1	0,732	55,56
	Q" (kN)	60,00	1,265	1,25	1	0,732	69,45
Multidão	q' (kN/m)	5,00	1,265	1	1	4,190	26,50
	q" (kN/m)	5,00	1,265	1,25	1	4,190	33,13
Permanente	g long (kN/m)	23,00	-	-	-	1,000	23,00
	G transv (kN)	90,00	-	-	-	0,349	31,42
	g laje (kN/m)	6,25	-	-	-	4,470	27,94
	g barreira (kN/m)	7,89	-	-	-	0,556	4,39
	g revest (kN/m)	2,20	-	-	-	4,190	9,22

Fonte: Autoria Própria.

Tabela B-8 – Carregamentos atuantes em V1 e V2 do caso 5 por Engesser-Courbon.

Carregamento		Pk	CIV	CIA	CNF	Cota LI	Rk V1
Trem-tipo	Q' (kN)	60,00	1,32615	1	1	1,778	141,46
	Q" (kN)	60,00	1,32615	1,25	1	1,778	176,82
	Q'neg (kN)	60,00	1,32615	1	1	-0,444	-35,36
	Q"neg (kN)	60,00	1,32615	1,25	1	-0,444	-44,21
Multidão	q' (kN/m)	5,00	1,32615	1	1	4,753	31,52
	q" (kN/m)	5,00	1,32615	1,25	1	4,753	39,40
	q'neg (kN/m)	5,00	1,32615	1	1	-0,587	-3,89
	q"neg (kN/m)	5,00	1,32615	1,25	1	-0,587	-4,86
Permanente	g (kN/m)	65,55	-	-	-	-	65,55
	G (kN)	30,00	-	-	-	-	30,00

Carregamento		Pk	CIV	CIA	CNF	Cota LI	Rk V2
Trem-tipo	Q' (kN)	60,00	1,32615	1	1	0,667	53,05
	Q" (kN)	60,00	1,32615	1,25	1	0,667	66,31
Multidão	q' (kN/m)	5,00	1,32615	1	1	4,167	27,63
	q" (kN/m)	5,00	1,32615	1,25	1	4,167	34,54
Permanente	g (kN/m)	65,55	-	-	-	-	65,55
	G (kN)	30,00	-	-	-	-	30,00

Fonte: Autoria Própria.

Tabela B-9 – Carregamentos para modelo de Fauchart atuantes em V1 e V2 do caso 5.

Carregamento V1		Pk	CIV	CIA	CNF	Cota LI	Rk V1
Trem-tipo	Q' (kN)	60,00	1,32615	1	1	1,930	153,58
	Q" (kN)	60,00	1,32615	1,25	1	1,930	191,97
	Q'neg (kN)	60,00	1,32615	1	1	-0,273	-21,70
	Q"neg (kN)	60,00	1,32615	1,25	1	-0,273	-27,12
Multidão	q' (kN/m)	5,00	1,32615	1	1	4,473	29,66
	q" (kN/m)	5,00	1,32615	1,25	1	4,473	37,08
	q'neg (kN/m)	5,00	1,32615	1	1	-0,378	-2,51
	q"neg (kN/m)	5,00	1,32615	1,25	1	-0,378	-3,13
Permanente	g long (kN/m)	23,00	-	-	-	1,000	23,00
	G transv (kN)	90,00	-	-	-	0,286	25,75
	g laje (kN/m)	6,25	-	-	-	4,591	28,69
	g barreira (kN/m)	7,89	-	-	-	0,998	7,87
	g revest (kN/m)	2,20	-	-	-	4,096	9,01

Carregamento V2		Pk	CIV	CIA	CNF	Cota LI	Rk V2
Trem-tipo	Q' (kN)	60,00	1,32615	1	1	1,055	83,93
	Q" (kN)	60,00	1,32615	1,25	1	1,055	104,91
Multidão	q' (kN/m)	5,00	1,32615	1	1	4,309	28,57
	q" (kN/m)	5,00	1,32615	1,25	1	4,309	35,71
Permanente	g long (kN/m)	23,00	-	-	-	1,000	23,00
	G transv (kN)	90,00	-	-	-	0,428	38,50
	g laje (kN/m)	6,25	-	-	-	4,319	26,99
	g barreira (kN/m)	7,89	-	-	-	0,005	0,04
	g revest (kN/m)	2,20	-	-	-	4,309	9,48

Fonte: Autoria Própria.

Tabela B-10 – Carregamentos para o modelo de analogia de grelha – caso 5.

Carregamento Tabuleiro		
Trem-tipo	Q' (kN)	79,57
	Q" (kN)	99,46
Multidão	q' (kN/m)	6,63
	q" (kN/m)	8,29
Permanente	g longarina (kN/m)	23,00
	g transv int (kN/m)	10,00
	g transv apoio (kN/m)	15,00
	g laje (kN/m)	1,56
	g revestimento (kN/m)	0,55
	P barreira (kN)	3,95
	M barreira (kN.m)	0,28

Fonte: Autoria Própria.